

**ANÁLISIS DE EFICIENCIA PARA ESTRATEGIAS DE CONTROL EN SISTEMAS DE
BUSES DE TRÁNSITO RÁPIDO POR ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS
DINÁMICO CON INFORMACIÓN DIFUSA**

JAIME ALBERTO OSUNA ARISTIZÁBAL



**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y ESTADÍSTICA
PEREIRA
2019**

**ANÁLISIS DE EFICIENCIA PARA ESTRATEGIAS DE CONTROL EN SISTEMAS DE
BUSES DE TRÁNSITO RÁPIDO POR ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS
DINÁMICO CON INFORMACIÓN DIFUSA**

**Presentado por
JAIME ALBERTO OSUNA ARISTIZÁBAL**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
MAGISTER EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y ESTADÍSTICA**

**Director
PhD. JOSE A. SOTO MEJÍA**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES
MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y ESTADÍSTICA
PEREIRA
2019**

AGRADECIMIENTOS

A mis padres **Nora Aristizábal** y **José Osuna**, por ser una fuente constante de inspiración y motivación.

A mi abuela **Marta Inés Suárez** y a mi tía **Rosa Inés Suárez** por su cariño e importante presencia en mi vida.

A **José Soto**, director de la maestría y de este trabajo de grado, por su apoyo y comprensión al guiar mi formación de posgrado.

A la **Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Tecnológica de Pereira** y al **Grupo de Investigación DEA**, por la oportunidad de desempeñarme como docente e investigador y por permitirme crecer a nivel personal y profesional.

A mis amigos, compañeros profesores e investigadores, **Diego Galindres**, **Marvin Jiménez** y **Juan Manuel Santos**, sin los cuales no hubiera desarrollado este trabajo de grado entre tantas sonrisas.

CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN.....	8
1.1	Resumen	8
1.2	Motivación	8
1.3	Justificación.....	10
1.4	Planteamiento del problema	12
1.5	Objetivos	12
1.5.1	Objetivo general	12
1.5.2	Objetivos específicos.....	12
2	REVISIÓN DE LA LITERATURA.....	12
2.1	Desempeño operativo en sistemas de transporte	12
2.1.1	Medición por indicadores en sistemas de transporte público	14
2.1.2	Herramientas de mejora del desempeño de sistemas BRTs.....	14
2.2	Evaluación de eficiencia en sistemas de transporte mediante DEA.....	15
2.2.1	Aplicaciones del DEA en sistemas de transporte.....	15
2.2.2	Aplicaciones del DEA en la evaluación de rutas de buses.....	16
2.3	Análisis Envolvente de Datos con estructura de red (NDEA)	17
2.3.1	Modelos NDEA de dos etapas.....	17
2.3.2	Múltiples clasificaciones de los modelos NDEA.....	18
2.4	Aplicaciones del NDEA a sistemas de transporte	19
2.5	La necesidad de considerar información difusa en los modelos DEA y NDEA (FDEA y FNDEA)	21
2.6	La necesidad de considerar factores indeseables en modelos DEA y NDEA (DEA-UF y NDEA-UF).....	22
2.7	Combinación de los enfoques FDEA, DEA-UF y NDEA (FNDEA-UF).....	23
2.8	Modelos DEA dinámicos (DDEA)	24
2.8.1	Modelos DEA dinámicos con información difusa (DFDEA).....	25
2.8.2	El Modelo DFDEA con factores indeseables (DFDEA-UF) y su aplicación en la evaluación de rutas de buses.....	25
3	MARCO CONTEXTUAL.....	27
3.1	Descripción del sistema de transporte	27
3.2	Modelos de control, generalidades.....	28
3.3	Modelo de control por retención (<i>Holding</i>).....	29
3.3.1	Notación	29

3.3.2	Formulación:.....	31
3.3.3	Transformaciones para linealizar el modelo	33
3.4	Modelo de control por variación de velocidad	33
3.4.1	Notación	33
3.4.2	Formulación:.....	34
3.4.3	Transformaciones para linealizar el modelo	35
3.5	Simulación y diseño experimental para la validación de los modelos de control.....	36
3.5.1	Descripción de la simulación	36
3.6	Escenarios del experimento de simulación.....	37
3.7	Resultados del experimento de simulación	39
4	MARCO TEÓRICO.....	43
4.1	Análisis Envolvente de Datos (DEA).....	43
4.2	Análisis Envolvente de Datos con estructura de red (NDEA)	45
4.2.1	Modelos NDEA para DMUs conformadas por dos etapas.....	45
4.2.2	Modelos NDEA de múltiples etapas.....	47
4.3	Análisis Envolvente de Datos Dinámico (DDEA).....	48
4.4	Análisis Envolvente de Datos con información difusa (FDEA).....	50
4.5	Modelos DEA con factores indeseables (DEA-UF).....	53
5	MODELO DEA DINÁMICO DIFUSO CON FACTORES INDESEABLES (FDDEA-UF)	55
5.1	Planteamiento general	55
5.2	Caso de aplicación, información de entrada para el modelo FDDEA-UF.....	59
6	ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA LA APLICACIÓN DEL MODELO FDDEA-UF.....	69
7	CONCLUSIONES.....	78
8	TRABAJO FUTURO	80
9	BIBLIOGRAFÍA.....	81

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Tipos de estructuras en NDEA	18
Tabla 2 Resumen de la revisión de la literatura para DEA en sistemas de transporte	26
Tabla 3 Índices, conjuntos, parámetros y variables de decisión del modelo de control por Holding	30
Tabla 4 Índices, conjuntos, parámetros y variables de decisión del modelo de control por variación de velocidad	34
Tabla 5 Especificaciones físicas de la ruta troncal 3 del SITP MEGABÚS	36
Tabla 6. Parametrización del experimento de simulación	38
Tabla 7 Modelos DEA multiplicativos.....	45
Tabla 8 Descripción de los índices, parámetros y variables de decisión utilizados dentro de modelo FDDEA-UF propuesto	56
Tabla 9 Codificación de los escenarios en la simulacion para comparar estrategias de control.....	60
Tabla 10 Resumen de la información de entrada para aplicar el modelo FDDEA-UF.....	61
Tabla 11 Medidas de localización para factores intermedios	63
Tabla 12 Medidas de localización para salidas, valores fijos de entradas	64
Tabla 18 Resultados de la aplicación del modelo FDDEA-UF	68
Tabla 19 Matriz de coeficientes de correlación de Pearson, entre la eficiencia del sistema y por periodo, Alfa= {1, 0.5, 0}.....	74
Tabla 20 Promedio de los factores ponderados para los tres niveles de Alfa.....	76

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Representación gráfica de la revisión de la literatura (1ra parte).....	13
Figura 2 Representación gráfica de la revisión de la literatura (2da parte)	16
Figura 3 Mapa de la ruta 3 del sistema MEGABÚS de Pereira - Colombia. Elaboración MEGABÚS S.A.	27
Figura 4 Diagrama que representa las interrelaciones entre los antecedentes de la actual investigación.....	28
Figura 5 Representación de una ruta en un sistema BRT.....	29
Figura 6 Mapa del sistema MEGABÚS de Pereira - Colombia. Elaboración MEGABÚS S.A.....	37
Figura 7 Diagrama de flujo para la simulación en ANYLOGIC™ con la que se obtuvo la información de desempeño de los modelos de control	39
Figura 8 Comparación de resultados para el tiempo de llegada a las estaciones y la distribución de pasajeros en los vehículos (Demanda media y frecuencia de despacho cada 5 minutos)	40
Figura 9 Comparación de resultados para el tiempo de llegada a las estaciones y la distribución de pasajeros en los vehículos (Demanda alta y frecuencia de despacho cada 3 minutos)	42
Figura 10 Estructura interna de una DMU compuesta por dos subprocesos.	46
Figura 11 Estructura interna de una DMU compuesta por varios (q) subprocesos secuenciales. ...	47
Figura 12 Sistema Dinámico con flujos que conectan varios periodos consecutivos	48
Figura 13 Cortes Alfa en un número difuso triangular.....	51
Figura 14 Representación de un sistema dinámico en el cual factores intermedios y salidas son números triangulares difusos.....	56
Figura 15 Visualización del detalle para la información de entrada en el modelo FDDEA-UF.....	60
Figura 16 visualización de la información de entrada para el modelo FDDEA-UF.....	67
Figura 17 Comparación de las eficiencias de sistema obtenidas para los niveles de Alfa	70
Figura 18 Comparación de las eficiencias por periodo obtenidas para los niveles de Alfa	71
Figura 19 Comparación detallada de las eficiencias por periodo para Alfa=1	72
Figura 20 Gráficos de dispersión entre la eficiencia en sistema y las eficiencias por periodo para Alfa=1	73
Figura 21 Comparación de salidas y flujos intermedios ponderados que maximizan la eficiencia de cada escenario.....	75
Figura 22 Gráfico de radar para la información en la tabla 20.....	76
Figura 23 Medidas de localización alternativas para el indicador de tiempo de congestión	78

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Resumen

La medición de la eficiencia para mejorar el desempeño de sistemas de transporte ha tomado enorme importancia debido a las restricciones económicas y difíciles condiciones operativas en las que se presta el servicio. En esta investigación se presenta una metodología para medir el desempeño de modelos de control aplicados en la operación de rutas para sistemas de buses de tránsito rápido (*Bus Rapid Transit* - BRT). Las acciones determinadas por los modelos de control buscan mantener la regularidad en la operación de los vehículos que transitan por la ruta, sin lo cual el servicio puede ser ineficiente y no responder a las expectativas.

La metodología propuesta usa un modelo de programación matemática de Análisis Envolvente de Datos (*Data Envelopment Analysis* - DEA), que considera diferentes estrategias de control y escenarios de operación. El modelo posee una estructura de red y permite una evaluación dinámica, a través de distintos periodos de tiempo. Se analizan las entradas y salidas del sistema evaluado y también se consideran factores intermedios que conectan los distintos periodos de análisis. Los factores intermedios representan simultáneamente salidas de la operación del sistema en un periodo y entradas para el siguiente.

Para considerar la incertidumbre y variabilidad en la operación de la ruta se utiliza factores difusos como información de entrada para el modelo, representados con números triangulares. Estos factores son simultáneamente indeseables, ya que la información proviene de indicadores de desempeño que son salidas de la operación del sistema para las cuales la ineficiencia operativa incrementa su valor numérico. La desviación de la separación entre vehículos y las cargas de pasajeros son indicadores utilizados para cada periodo de análisis dentro de la evaluación dinámica de la eficiencia del sistema. El tiempo de congestión (situación en la que un bus se posiciona inmediatamente después de otro), el tiempo de espera de pasajeros en las estaciones y tiempo de ciclo (que requieren los vehículos para terminar su recorrido), son indicadores de operación global empleados como flujos intermedios que conectan los periodos de análisis. Por entradas se utilizan las condiciones de operación variables para cada ruta, la frecuencia despacho de vehículos y el nivel de demanda.

Este enfoque permite comparar objetivamente distintos modelos de control por optimización, utilizando medidas de desempeño para determinar cuál alternativa es mejor y bajo qué condiciones.

1.2 Motivación

Una adecuada evaluación de la eficiencia es un aspecto fundamental en cualquier proceso de mejora para todo sistema. Las comparaciones adecuadas con pares dentro de un conjunto de referencia permiten identificar las mejores prácticas y alternativas para mejorar el desempeño. En el caso de los sistemas de transporte públicos, una operación eficiente es indispensable para su sostenibilidad y para mejorar las condiciones de la región en la cual presta su servicio. Una operación eficiente permite la reducción de la congestión vehicular, mejorando el nivel y calidad de vida tanto de los usuarios del sistema como del resto de las personas en la región.

La presente investigación plantea el desarrollo de un modelo matemático de optimización, para la autoevaluación (al interior del sistema) en rutas de transporte público con autobuses de tránsito rápido. Se utiliza un modelo de Análisis Envolvente de Datos con estructura de red (Network DEA-NDEA). El DEA es una técnica no paramétrica de medición de la eficiencia, basada en optimización por programación lineal; los modelos con estructura de red permiten considerar las diferentes etapas o partes constituyentes de un sistema a evaluar. El enlace secuencial de múltiples etapas que

representa el mismo sistema en distintos momentos del tiempo, este enfoque que se conoce en la literatura como DEA Dinámico.

En esta investigación se propone un modelo DEA con estructura de red al analizar y diferenciar por momentos de tiempo, se utiliza variables que se clasifican en entradas, salidas y recursos intermedios (salidas de una etapa que son utilizadas como entrada por la siguiente), permitiendo una evaluación de desempeño en función del tiempo. Para esto, se conectan los resultados de varios periodos en orden secuencial, con el fin de calcular la eficiencia de una ruta de transporte considerando sus condiciones de operación y el método de control empleado. Para conservar la regularidad en la operación son necesarias las estrategias de control adecuadas que aseguren el cumplimiento de niveles previamente establecidos para el sistema, tales como la separación deseada entre los vehículos, determinada por la frecuencia de despacho de buses a partir de una estación origen. La aplicación de modelos de optimización al establecer la frecuencia de despacho de vehículos y en el control de su operación posibilita una adecuada distribución de pasajeros y la percepción general positiva de los usuarios sobre el sistema y el servicio que presta; también permiten reducir los sobrecostos operativos.

Muchos de los modelos de optimización utilizados en sistemas de transporte público requieren de una parametrización inicial para que se desempeñen correctamente. Por lo tanto se debe considerar diferentes alternativas, tanto en la combinación de parámetros, como en el enfoque de construcción de estos modelos. Muchas veces se debe equilibrar objetivos contrapuestos, como la reducción de los costos operativos del sistema y la adecuada prestación de un servicio de transporte a los usuarios. También existen diferentes estrategias de control, dependiendo de las características del sistema, se puede modificar la velocidad de los vehículos, retenerlos en las estaciones o permitir el adelanto de vehículos, entre otras alternativas que no son excluyentes. El gran número de posibilidades, así como el gran impacto negativo que puede tener una mala parametrización o la selección equivocada del enfoque de estos modelos hace esencial el contar con una herramienta que facilite la toma de decisiones, comparando objetivamente las alternativas y su impacto al medir su desempeño.

Una metodología de evaluación, para un sistema cuyo funcionamiento es altamente variable en el tiempo, resulta fundamental para una buena planeación. Se debe identificar y aprovechar las oportunidades de mejora, así como aislar los factores o circunstancias que posibilitan un mejor desempeño. El esquema de autoevaluación en un sistema de transporte público corresponde a indicadores de confiabilidad del servicio, tales como la regularidad en la distancia entre vehículos (*Headway*), el cumplimiento de los tiempos de llegada a las estaciones y la adecuada distribución de pasajeros entre los vehículos (Georgiadis, Politis, y Papaioannou 2014).

Un aspecto crucial, que define la eficiencia en un sistema de transporte, es la relación entre la cantidad de pasajeros y los recursos utilizados por parte de una agencia operadora. Debido a las características del sistema, en cada momento se desplazan por una ruta cierta cantidad de vehículos, cada uno con una carga de pasajeros diferente; la capacidad de transporte no utilizada se pierde y constituye para el operador un gasto irrecuperable que no contribuye a mejorar la efectividad del servicio ni la calidad que perciben los usuarios (Daraio et al. 2016). De lo anterior surge que el objetivo de un sistema de transporte público es proveer un servicio adecuado y pertinente para sus usuarios, sin incurrir en costos adicionales innecesarios, para que la operación del sistema sea rentable y sostenible.

La presente investigación busca el desarrollo de un modelo que no solo considere indicadores de desempeño del sistema (clasificados en entradas y salidas), sino que mida el cambio dinámico de la eficiencia de rutas de sistemas de Buses de Tránsito Rápido (BRT) en el tiempo. Los BRTs poseen

varias rutas que cubren corredores con estaciones que pueden ser compartidas, su demanda puede ser atendida por una o más de las rutas. Debido a la alta complejidad que implica el modelar las interrelaciones entre rutas, la operación de los vehículos y el comportamiento de los usuarios, el modelo se desarrollará para evaluar dinámicamente la eficiencia de una única ruta.

Lo anterior constituye un punto de partida para utilizar modelos de Análisis Envolvente de Datos dentro de un marco de autoevaluación y mejora continua, en situaciones para las que no se tenga información que permita la comparación entre diversos sistemas de transporte o se requiera de una evaluación más concreta que aporte información valiosa al interior del propio sistema. Se propone entonces una autoevaluación, a través de distintos periodos, parámetros y condiciones de operación, que permita contrastar el impacto de múltiples acciones de control para mejorar la calidad del servicio del sistema de transporte.

Como caso de aplicación, el modelo desarrollado se utiliza con información de entrada proveniente del sistema integrado de transporte masivo (SITM) MEGABÚS, que opera en los municipios de Pereira y dos quebradas en el departamento de Risaralda, Colombia. Como objetivo secundario del presente proyecto, existe la posibilidad de justificar la inversión en acciones que potencien la recolección de información sobre el funcionamiento en el sistema; sustentando mediante los resultados del modelo la necesidad de recolectar la información de indicadores de operación de manera detallada y organizada.

El sistema MEGABÚS actualmente no realiza una detallada recolección de información de operación con la cual calcular indicadores desempeño. La carencia de un sistema automático de conteo de pasajeros (*Automatic Passenger Counting* - APC) impide tener información exacta del número de usuarios que ascienden y descienden de cada vehículo. Además, el MEGABÚS se encuentra en las primeras etapas de la implementación de un sistema de localización automática de vehículos (*Automatic Vehicle Location* - AVL). La información para alimentar al modelo de evaluación de eficiencia se obtendrá a partir de un modelo de simulación construido con información georreferenciada y datos reales de la demanda del sistema.

En la siguiente sección se exponen los antecedentes del problema de investigación, posteriormente se hace una revisión bibliográfica de investigaciones anteriores, desarrolladas en áreas relevantes al problema de evaluación de la eficiencia en sistemas de transporte mediante DEA y sus variantes. Los artículos analizados permiten identificar el estado del arte y los avances desarrollados en la literatura científica; son una base para el desarrollo del modelo de autoevaluación propuesto la presente investigación para un sistema tipo BRT, con las características del MEGABÚS.

1.3 Justificación

En la literatura científica sobre la evaluación de la eficiencia para sistemas de transporte públicos, un campo relativamente reciente es la aplicación de modelos DEA para evaluaciones objetivas, que relacionen los productos obtenidos con los recursos consumidos en el proceso de prestar el servicio de transporte (Cook, Liang, y Zhu 2010). Dentro de esta área una técnica aún más reciente es el complementar los modelos DEA con la representación de la estructura interna del sistema mediante una estructura en red. El vacío del conocimiento que abordará esta investigación, es el utilizar modelos de Análisis Envolvente de Datos en redes o NDEA para evaluar la eficiencia de un sistema de transporte público tipo BRT a través de ventanas de tiempo; comparando su desempeño en diversos periodos, bajo distintas condiciones de operación, parámetros de funcionamiento y modelos de control utilizados. Estos parámetros son la frecuencia despacho de vehículos y la demanda de usuarios en el sistema; las estrategias de control comparar son la retención de vehículos en las estaciones (*Holding*) y la variación de velocidades de los vehículos respecto a un

límite de tolerancia de desviación en su operación (*Threshold Speed Variation*), que respectivamente buscan mantener la regularidad de las distancias entre buses y asegurar el cumplimiento de una tabla horaria (tiempos de llegada de los vehículos a las estaciones).

En la bibliografía analizada, los modelos DEA enfocados a la evaluación en transporte público, son utilizados para comparar distintos sistemas en competencia al interior de una ciudad; también se aplican para evaluar la eficiencia de agencias operadoras, a nivel de ciudades, regiones o países. En mucha menor cuantía se emplean para analizar la eficiencia de rutas de buses al interior de un sistema de transporte. La presente investigación desarrolla un modelo NDEA dinámico, con información difusa y factores indeseables, enfocado hacia una autoevaluación. Esto para medir el impacto de diferentes estrategias de mejora para las rutas de un sistema de transporte analizado, constituyéndose así en una herramienta que apoye un proceso de mejora.

El modelo de evaluación con indicadores de desempeño pertinentes contribuirá a valorar si el sistema de transporte ofrece una respuesta eficaz a la cambiante demanda de pasajeros en estaciones a lo largo de una ruta, estas presentan tasas de arribo distintas y cambiantes en función del tiempo o momento del día (Eboli y Mazzulla 2012). Así, se tendrá conocimiento del uso adecuado de los recursos en la operación de la ruta del sistema y si ofrece un nivel de servicio apropiado.

Varias investigaciones han utilizado modelos NDEA para reflejar la relación entre las etapas del proceso de prestación de un servicio de transporte público, generalmente se manejan como sub-etapas de éste, la generación y el consumo del servicio; la primera a cargo de la agencia operadora, según el número de vehículos que se desplacen en la ruta a cada momento; la segunda corresponde a la utilización de los vehículos por parte de los usuarios (Cook, Liang, y Zhu 2010), (Daraio et al. 2016) y (Karlaftis, Gleason, y Barnum 2013). Entre más efectivas sean las labores de planeación y control, mejor será el consumo del servicio, sin desperdicios que se presentan al ofertar una capacidad de transporte no requerida.

Algunos modelos NDEA recientes consideran la existencia de variables exógenas que afectan el desempeño de las rutas de tránsito y utilizan esta información para limitar las comparaciones realizadas entre las unidades tomadoras de decisiones (*Decision Making Units* - DMUs) analizadas, para hacer evaluaciones justas, con un conjunto de referencia apropiado (Higashimoto, Takada, y Kishi 2013). Otro punto crítico en la literatura científica es la prestación de forma simultánea de diferentes tipos de servicios dentro de un sistema de transporte, por ejemplo la coexistencia de servicios de buses urbanos y buses cuyas rutas conectan ciudades entre sí (Yu y Fan 2009). Para el caso de sistemas de transporte de rieles, similares a los BRTs, se dan de forma simultánea los servicios de transporte de carga y transporte de pasajeros. Los modelos DEA en red permiten desarrollar una representación adecuada para manejar distintas actividades que componen el servicio de transporte, cuando éste se evalúa a partir de sus etapas constituyentes, considerando que estas se desarrollan de forma simultánea, se obtiene un análisis de eficiencia más discriminante que con otras técnicas menos detalladas.

El vacío del conocimiento que se aborda en la presente investigación es el desarrollo de un modelo que permita adelantar la autoevaluación de rutas de sistemas de transporte masivo tipo BRT, tal como el MEGABÚS de la ciudad de Pereira. Mediante modelos dinámicos de Análisis Envolvente de Datos (estructura de red) se podrá considerar el funcionamiento en el tiempo de las rutas troncales que componen el sistema, las cuales se desempeñan de forma conjunta al compartir estaciones y gran parte de la longitud de los corredores. Una primera aproximación será el enfoque a una sola ruta y la valoración del cambio de su eficiencia en el tiempo, en respuesta a diferentes niveles de demanda; además se consideraran cambios en otros parámetros como la frecuencia de despacho de los buses y el tipo de acciones de control.

El modelo permitirá comparar la eficiencia de una ruta en distintas condiciones de operación en función del tiempo, para determinar que estrategias de mejora aumentan la efectividad operativa. Una evaluación mediante modelos NDEA requiere la medición de indicadores de desempeño a utilizar como entradas, salidas y recursos intermedios, que conecten las etapas del proceso de prestación del servicio de transporte. Además, la estructura de red en los modelos NDEA permite tener presente el cambio en el tiempo de la eficiencia para un sistema a analizar, esto utilizando por entradas en un momento dado, las salidas del sistema en momento anterior (Yu, Chen, y Hsiao 2016). Así, esta metodología de autoevaluación puede brindar información con valor agregado del funcionamiento del sistema, realizando un análisis detallado a lo largo de un periodo de operación.

1.4 Planteamiento del problema

El presente problema de investigación parte de la ausencia de un modelo matemático que permita medir la eficiencia operativa en las rutas en un sistema de transporte BRT (de características similares al MEGABÚS en la ciudad de Pereira) y observar el impacto sobre el nivel de servicio o el desempeño del sistema que puedan tener los cambios en las condiciones de operación tales como la frecuencia de despacho de buses, la demanda variable de pasajeros y las medidas de control implementadas.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Diseñar una metodología para la evaluación de eficiencia en rutas en un sistema de transporte tipo BRT. Utilizando indicadores de desempeño dentro de un análisis dinámico a lo largo de un horizonte de tiempo, que tenga en cuenta la influencia de la frecuencia de despacho de los buses y la demanda variable de pasajeros en las estaciones como condiciones de operación cambiantes sobre la pertinencia de las acciones de control implementadas para mejorar la regularidad en la operación.

1.5.2 Objetivos específicos

1. Analizar modelos de evaluación de eficiencia aplicados a sistemas de transporte públicos e identificar los enfoques que aporten al desarrollo de un modelo cuya orientación sea la autoevaluación de una ruta de transporte. Seleccionar aquellos que contribuyan al proceso de toma de decisiones para establecer parámetros de operación y acciones de control.
2. Analizar el proceso de planeación y ejecución del servicio de transporte desarrollado por sistemas BRT, diferenciando múltiples etapas y sus recursos.
3. Seleccionar indicadores pertinentes para una evaluación en el tiempo de las rutas de un sistema BRT, con enfoque hacia una aplicación en el MEGABÚS en Pereira.
4. Plantear una estructura de red y el modelo NDEA asociado, que represente la generación y el consumo del servicio de transporte en una ruta y la conexión secuencial entre distintos momentos de operación para una evaluación dinámica de su eficiencia.
5. Alimentar mediante información simulada, el modelo matemático de Análisis Envolvente de Datos con estructura de red (*Network DEA* - NDEA) planteado y calcular las eficiencias relativas para una ruta de un sistema BRT bajo diversas condiciones de operación.

2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 Desempeño operativo en sistemas de transporte

Debido a las estrictas condiciones operativas y financieras a las que se enfrentan los proveedores de servicios de transporte masivo, la medición de su desempeño y el análisis de eficiencia toma gran importancia. La autoevaluación le permite los operadores de sistemas de transporte identificar falencias e implementar cambios para mejorar sus procesos.

El transporte público es uno de los servicios que se proveen con el objetivo de mejorar el nivel de vida de una población. Sin embargo, proveer un servicio eficiente, para una demanda en constante aumento y dentro de las limitaciones en recursos disponibles, es un reto para muchas ciudades en la actualidad. El Sistema de transporte masivo de la ciudad de Pereira (MEGABÚS) establece en su misión que opera bajo condiciones de seguridad, confiabilidad, eficiencia y economía; busca garantizar su sostenibilidad y rentabilidad social, ambiental y económica y contribuir al mejoramiento de la calidad de vida de la población¹. Por lo tanto se hace necesario evaluar el nivel de eficiencia actual de las rutas del MEGABÚS a través de indicadores de desempeño, para hacer comparaciones y monitorear la distribución y utilización de recursos.

La medición del desempeño constituye una herramienta útil para asegurar el incremento continuo de la calidad del servicio. Los sistemas BRT están compuestos por rutas troncales de buses articulados que responden a la necesidad de movilidad de una población; estos sistemas deben presentar un servicio de transporte eficaz, que atraiga un alto nivel de demanda para su sostenibilidad. Existe una fuerte relación entre el proveedor del servicio y los usuarios del sistema, por lo que la evaluación debe hacerse no solo desde el punto de vista de los operadores, sino también, con un enfoque hacia la satisfacción de necesidades en los usuarios. Un servicio de transporte público puede ser evaluado de forma subjetiva (con base a la percepción de los pasajeros) o mediante medidas objetivas (indicadores y estándares de desempeño). Una combinación de los criterios anteriores puede conformar una metodología de autoevaluación completa, útil para confrontar el funcionamiento del sistema de transporte frente a expectativas y que apoye la conformación de un sistema de control para monitorear el proceso y diagnosticar problemas.

La Figura 1 muestra un diagrama que resume los principales temas que guían la revisión de la literatura en la presente investigación, su propósito es transmitir con claridad el orden de las investigaciones referenciadas como base para la metodología y aplicación del modelo de evaluación propuesto.

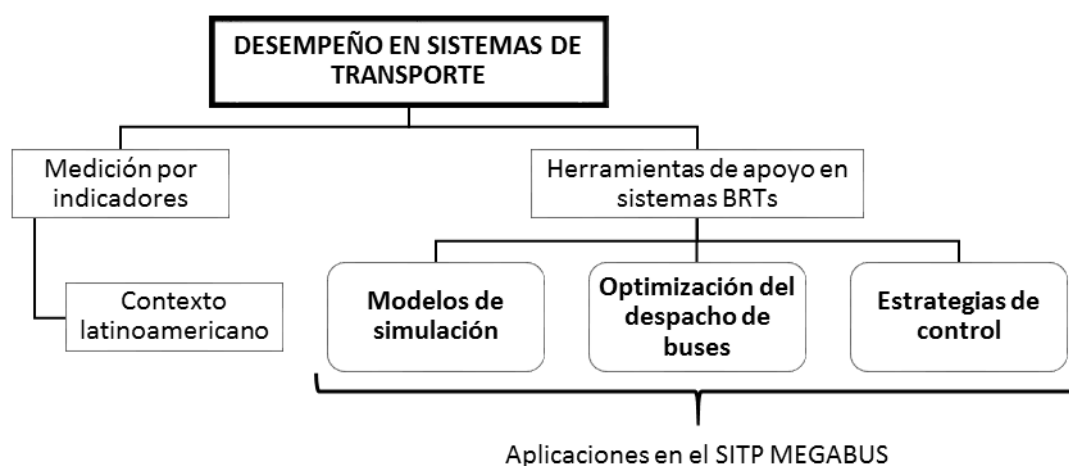


Figura 1 Representación gráfica de la revisión de la literatura (1ra parte)

¹ MEGABUS S.A. Y SU VIDA JURÍDICA - <http://www.megabus.gov.co/quienes.html>

2.1.1 Medición por indicadores en sistemas de transporte público

Existe amplia literatura científica sobre el uso de indicadores para medir diversos aspectos de sistemas de transporte públicos. En (Eboli y Mazzulla 2012) se hace un recuento de los principales indicadores utilizados en trabajos de investigación en transporte, con el objetivo de generalizar su selección por la frecuencia y pertinencia en su uso. Uno de los aspectos más críticos es la confiabilidad del servicio, los operadores de transporte público deben proveer un servicio confiable ya que este es más atractivo para los usuarios y puede reducir costos operativos. En (Carrasco 2012) se estima medidas cuantitativas de la confiabilidad operacional para las líneas de buses en Zúrich, se utilizan observaciones al interior de los vehículos durante horas pico para identificar problemas, entender sus causas y como afectan el desempeño. Se analizan los tiempos de paradas, tiempos de viajes y desviaciones respecto al horario establecido.

En el contexto latinoamericano, (Muñoz, Batarce, y Torres 2013) comparan niveles de servicio para los sistemas de transporte público en seis ciudades de América Latina: Santiago, Bogotá, Guadalajara, Ciudad de México, Porto Alegre y Lima; utilizando indicadores de naturaleza general para lograr comparaciones adecuadas a partir de información de fácil adquisición. Un ejemplo de este tipo de investigaciones realizadas en Colombia es (Pérez y Ramiro 2008), donde se analiza la eficiencia de tres rutas del sistema de transporte público de la ciudad de Ibagué, en un periodo de cuatro años, para medir el impacto de diferentes estrategias de mejora en la prestación del servicio.

2.1.2 Herramientas de mejora del desempeño de sistemas BRTs

El comparar el desempeño de distintos sistemas de transporte en diferentes ubicaciones geográficas permite la identificación de aquel que posee las mejores prácticas y puede ser un punto de referencia para otros sistemas. Estos no necesariamente se encuentran en competencia pero si deben estar inmersos en un proceso constante de mejora. Si una evaluación se concentra únicamente en la información recolectada pero no tiene elementos para contemplar el horizonte futuro carece de herramientas que apoyen la labor de planeación. Se deben considerar distintas alternativas de mejora para seleccionar la más pertinente, así como la secuencia de modificaciones a emprender para aumentar la eficiencia a mediano y largo plazo. Dentro de este contexto son esenciales las herramientas de simulación, representaciones a través de modelos computacionales que reflejen adecuadamente el comportamiento de sistemas de tránsito. En las simulaciones se puede ensayar distintas estrategias enfocadas a aumentar la eficiencia operacional, sin que esto conlleve grandes costos y no implique dificultades para las agencias prestadoras del servicio de transporte o los usuarios de estos sistemas.

Dentro de los ejemplos en la literatura en los que se aplica simulación para apoyar el proceso de toma de decisiones hacia la mejoría de sistemas de transporte esta (Abdelghany, Mahmassani, y Abdelghany 2007), este artículo presenta una simulación para apoyar el proceso de planeación de redes urbanas de buses de tránsito rápido y la evaluación de su desempeño. Dentro de la simulación se consideran distintas características asociadas con la operación de estos sistemas y se realiza un conjunto de experimentos con los que se mide el impacto hipotético asociado a la apertura de un futuro sistema de transporte de este tipo. En los experimentos se evalúan distintas características operativas en términos de impacto potencial, se busca solucionar la congestión vehicular. Los resultados ilustran las ventajas de los sistemas de buses de tránsito rápido que mejoran el desempeño general de toda la red de transporte.

El modelo de simulación genera interacciones dinámicas entre los usuarios y las estaciones origen y destino, además de los vehículos que prestan el servicio. En esta investigación se utiliza una matriz origen destino (O-D) específica para cada período, es decir, se consideran demandas variables según

el tiempo. Con la matriz O-D se generan los usuarios del sistema de transporte en las estaciones, teniendo en cuenta las demandas de cada zona.

Para el sistema BRT MEGABÚS de la ciudad de Pereira en Risaralda Colombia se realizó un modelo de simulación similar cuyo principal objetivo fue la generación de información para comparar distintas estrategias de control. Los antecedentes de esta simulación fueron (Ramírez, Soto, y Orozco 2015) que plantea un modelo de control para el cumplimiento de una tabla horaria con los tiempos de llegada de los vehículos a las estaciones en el sistema, el control se efectúa modificando la velocidad de los buses para evitar congestiones y amplias variaciones en la distancia esperada entre vehículos. También (Jiménez y Soto 2016), donde se desarrolla una matriz (O-D) a partir de la información de compra de pasajes y su análisis estadísticos para determinar tendencias en la demanda de usuario del sistema. Posteriormente, (Galindres, Soto, y Estrada 2017) emplea la información en la matriz (O-D) hallada en la investigación anterior para alimentar un modelo de programación matemática multiobjetivo para la optimización de las frecuencias de despacho de los vehículos en respuesta a varios parámetros como los costos de operación y la importancia de proporcionar un servicio adecuado a los pasajeros.

2.2 Evaluación de eficiencia en sistemas de transporte mediante DEA

Una evaluación que contemple múltiples etapas dentro de un proceso es preferible a una evaluación superficial ignorando las interrelaciones existentes entre estas. A través de indicadores de desempeño, clasificados en entradas y salidas, para las etapas que conforman el sistema se evita tener una visión estrecha de su funcionamiento. Además, cada etapa en un proceso puede utilizarse para representar un punto de vista diferente. En el transporte público se tienen varios intereses, como es el caso con los operadores y los usuarios, uno de los objetivos para los primeros puede ser la reducción de costos, mientras que los segundos esperan un servicio de calidad que cumpla con las necesidades o expectativas. Los dos criterios anteriores se contraponen, lo que dificulta la evaluación de un sistema de transporte. Es común realizar la evaluación de forma desagregada, siendo necesarias técnicas que consideren la estructura total del proceso para analizar su eficiencia de manera adecuada.

2.2.1 Aplicaciones del DEA en sistemas de transporte

El DEA es una técnica que utiliza modelos de optimización para hallar la eficiencia relativa de las unidades evaluadas (*Decision Making Units* - DMUs), variando la importancia (ponderadores) de entradas y salidas en un proceso de transformación. La eficiencia en DEA se define como la relación entre una suma ponderada de las salidas respecto a la suma ponderada de entradas. Son varias las aplicaciones del DEA en transporte, estas presentan multitud de enfoques y propósitos. La Figura 2 muestra la segunda parte del diagrama que resume los temas que guían la revisión de la literatura, centrándose en aplicaciones analizadas de DEA, NDEA y sus variantes.

En (Caulfield, Bailey, y Mullarkey 2013) se busca identificar la solución de transporte más eficiente para conectar el centro con el aeropuerto en la ciudad de Dublín, Irlanda. Se consideran diversas alternativas, entre estas un metro y un sistema BRT. Para su evaluación se utiliza DEA, identificando la solución más eficiente y las razones de las ineficiencias. La investigación encontró que el sistema BTR es la mejor opción por su relación costo-beneficio en la inversión necesaria.

La sensibilidad es un atributo importante para los modelos DEA ya que permite evaluar la robustez de los resultados obtenidos. En la literatura científica existen diversos enfoques para realizar el análisis de sensibilidad y medir el efecto en la eficiencia de la inclusión (o exclusión) de uno o más factores. En la investigación anterior se remueven factores uno a uno para observar diferencias en las eficiencias obtenidas, mostrando que el modelos utilizado es robusto.

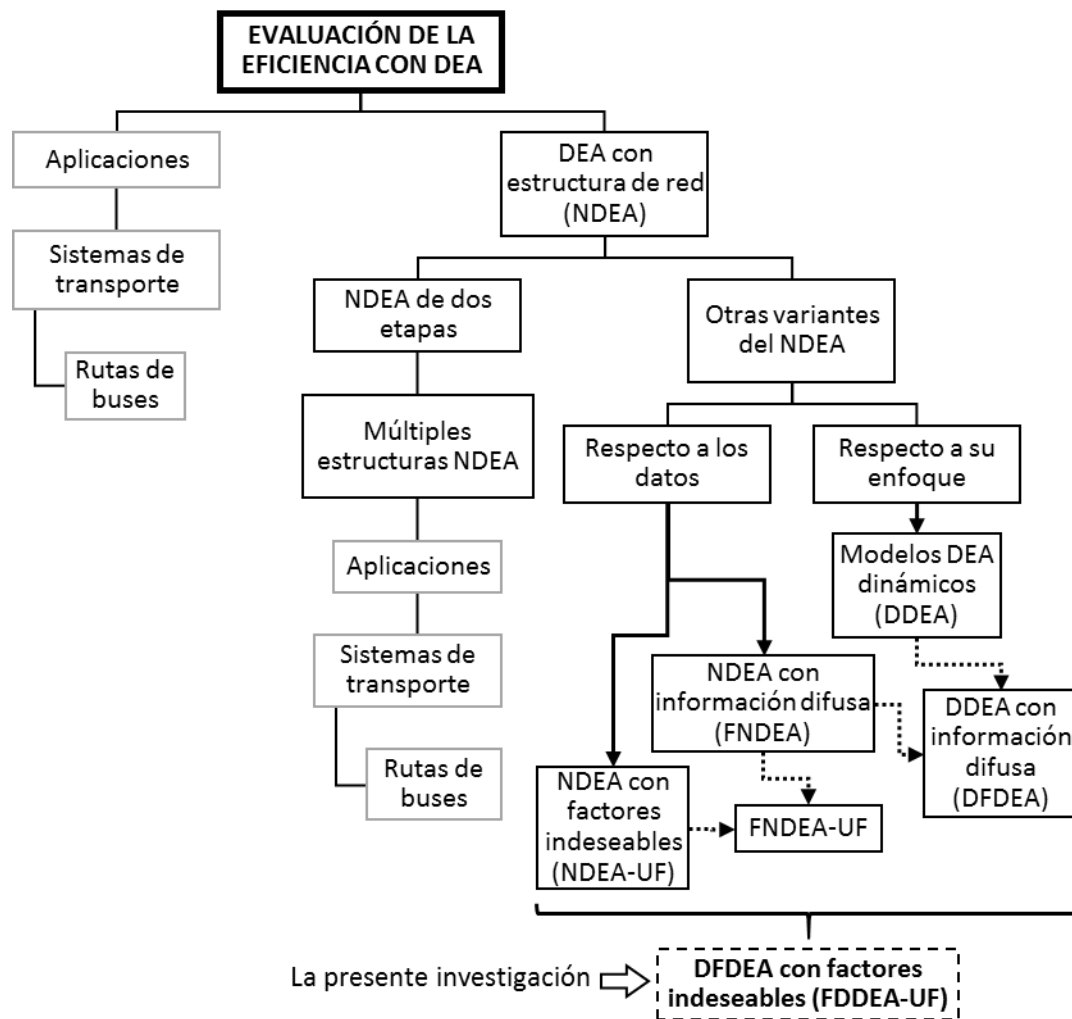


Figura 2 Representación gráfica de la revisión de la literatura (2da parte)

En (Karlaftis, Gleason, y Barnum 2013) se hace una revisión de las investigaciones en las cuales se emplea DEA para la evaluación de sistemas de tránsito urbanos. La mayoría de estos trabajos se centra en comparar agencias u operadores entre sí, también el diseño de rutas del sistema. El DEA ha sido ampliamente utilizado para comparar y evaluar sistemas de transporte entre sí a niveles regionales, nacionales o continentales. Sin embargo, su utilización es menor al nivel de rutas de buses pertenecientes a un solo sistema, esta es un área de aplicación que no sido ampliamente estudiada. La aplicación del DEA para analizar rutas en un sistema BRT – Bus Rapid Transit, como lo es el MEGABÚS de la ciudad de Pereira, es un campo con un número de exponentes más limitado. Algunos ejemplos son (Lao y Liu 2009), (Li et al. 2013) y (Georgiadis, Politis, y Papaioannou 2014).

2.2.2 Aplicaciones del DEA en la evaluación de rutas de buses

En (Lao y Liu 2009) se busca el desarrollo de un modelo DEA para la evaluación de rutas que componen un sistema de transporte masivo. El modelo se apoya en sistemas de información geográfica para considerar la operación de los vehículos en relación con las características del diseño de rutas, teniendo presente la influencia de la densidad poblacional a lo largo del recorrido. El estudio se centró en 24 rutas de buses y se calculó las diferencias entre los puntajes de eficiencia

operacional y efectividad espacial para cada línea. Se aplicó un algoritmo de clasificación (*K-Means clustering*) para conformar grupos entre las rutas analizadas.

Posteriormente, (Li et al. 2013) desarrolla un método para evaluar el desempeño de rutas de buses de transporte público en Beijing, utilizando modelos DEA y análisis de sensibilidad. Se consideraron 6 aspectos: seguridad, velocidad, puntualidad, comodidad, economía y conveniencia, desde las perspectivas del operador y los pasajeros. Todos los indicadores se tomaron como salidas en el modelo y se utilizó una entrada estandarizada. En (Georgiadis, Politis, y Papaioannou 2014) se aplica DEA para calcular la eficiencia de 60 rutas del sistema de transporte público en la ciudad de Thessaloniki en Grecia para tres años consecutivos, considerando factores exógenos que influyen en el desempeño, tales como condiciones de tráfico y densidad poblacional. Se aplica también Clustering y Bootstrapping para mejorar la robustez de los resultados.

2.3 Análisis Envolvente de Datos con estructura de red (NDEA)

2.3.1 Modelos NDEA de dos etapas

En muchas ocasiones las DMUs pueden consistir en una red de dos etapas que son conectadas por productos intermedios, es decir las salidas de la primera etapa son a su vez entradas para la segunda. Lo anterior puede causar conflictos entre las dos etapas por el manejo de dichos productos intermedios. Por ejemplo, la segunda etapa puede querer reducir sus entradas para alcanzar un estado de mayor eficiencia, pero dicha acción implica la reducción de las salidas de la primera etapa y la reducción de su eficiencia.

El Análisis Envolvente de Datos con estructuras de red (*Network Data Envelopment Analysis* - NDEA) es una técnica de medición de la eficiencia que considera las etapas internas del proceso evaluado. Sus aplicaciones en el campo del transporte son menos numerosas en comparación con el DEA tradicional. En (Cook, Liang, y Zhu 2010) se hace una revisión de los modelos DEA utilizados para medir la eficiencia en sistemas de dos etapas, buscando establecer relaciones entre los enfoques. Se clasifica las aplicaciones en la literatura por la relación que se hace entre las etapas que conforman la DMU, esta relación puede ser de líder-seguidor o de cooperación.

La relación entre las partes de una DMU puede hacer necesario complementar al NDEA con enfoques de teoría de juegos. Cada etapa puede estar enfocada en maximizar su propia eficiencia o éstas pueden estar de acuerdo en aumentar la eficiencia conjunta. Así se puede reflejar cadenas de suministro pero muchos otros casos se requieren una estructura de red que represente un único proceso y las relaciones específicas de los flujos intermedios entre etapas, sin considerar intereses distintos para cada una.

El NDEA toma en consideración la estructura interna de las DMUs evaluadas y los resultados obtenidos son más significativos en comparación con la aproximación convencional de caja negra, en la cual las operaciones de los procesos componentes son ignorados y solo se tienen en cuenta las entradas y salidas generales de todo el proceso. Al ignorar las operaciones al interior del proceso se puede llegar a resultados engañosos, de esta forma una evaluación puede mostrar a una DMU como eficiente a pesar de que sus procesos componentes no lo sean.

La medición de la eficiencia es importante en la administración para entender mucho mejor los logros obtenidos por una DMU y planear su futuro desarrollo. El DEA fue concebido originalmente para medir la eficiencia en su totalidad, sin considerar la estructura interna de la DMU, el sistema se trata como a una caja negra. Para tener un buen entendimiento sobre las causas de ineficiencias es necesario estudiar los procesos componentes de una DMU.

En (G. E. Halkos, Tzeremes, y Kourtzidis 2014) se hace una revisión de los modelos NDEA con estructuras internas de dos etapas, el objetivo es analizar la pertinencia de estas representaciones en sus aplicaciones, principalmente al evaluar cadenas de suministro. Para estos autores los modelos NDEA (de dos etapas) se clasifican en cuatro categorías: independiente, conectado, relacional y de teoría de juegos. Por tipo de estructura, se clasifican en: serial, paralela y mixta. Otro enfoque para su clasificación es por el tipo de evaluación que hace el modelo: estática o dinámica. Los modelos estáticos son los convencionales, en los que las etapas están conectadas a través de productos intermedios; los modelos dinámicos son aquellos en los que las salidas de una etapa en un periodo son utilizadas como entradas para el próximo.

2.3.2 Múltiples clasificaciones de los modelos NDEA

Los sistemas en red tienen varios tipos de estructuras, cada estudio en NDEA tiene asociado un tipo de estructura con respecto a la que se desarrolla el modelo particular propuesto para la medición de eficiencia. Para más de dos etapas, las estructuras pueden ser clasificadas en series, paralelas, mixtas, jerárquicas y dinámicas. En la Tabla 1 se presenta un resumen de los distintos tipos de estructuras de red que se utilizan en NDEA para representar a las DMUs compuestas por múltiples subprocesos.

Tabla 1 Tipos de estructuras en NDEA

Tipo de estructura de red	Descripción
Dos etapas básica	La estructura en red más simple en la que todas las entradas son suministradas al primer proceso que produce productos intermedios para el segundo proceso que genera los resultados finales.
Dos etapas general	Una extensión del modelo anterior, se le permite a la segunda etapa consumir entradas que no provienen de la primera y a esta producir salidas que no sean utilizadas en la siguiente.
Serie	Hace referencia a un número de procesos conectados en secuencia. Cada uno consume entradas y productos intermedios (producidos por el proceso anterior) para generar productos intermedios y salidas del sistema.
Paralela	Existen dos estructuras básicas para los sistemas en redes, uno es el de serie y el otro es el paralelo, en este último todos los procesos operan independientemente, pero se deben considerar las entradas y salidas en conjunto para determinar la eficiencia del sistema.
Mixta	Estructuras que presentan subprocesos que operan en serie y en paralelo.
Jerárquica	Cada DMU debe tener el mismo número de procesos y desempeñar las mismas funciones para tener las bases para una comparación. Sin embargo, si no interesan correspondencias exactas, se pueden medir las eficiencias de los procesos del sistema mientras que las mismas entradas sean aplicadas al sistema para producir los mismos resultados. Una estructura jerárquica puede tener varios niveles.
Dinámica	Estas estructuras se ocupan de la evaluación de un sistema en varios periodos, conectando estos a través de flujos intermedios (parte de las salidas en un periodo se emplean como entradas en uno siguiente). La estructura de la DMU en cada periodo puede ser cualquiera de las mencionadas anteriormente.

En (Kao 2014) se hace una revisión de múltiples modelos NDEA y sus beneficios, también se incluye las direcciones para estudios futuros en cada metodología. La clasificación de los artículos revisados se basa en el modelo desarrollado y en la estructura de red que describe a las DMUs, buscando inspirar el desarrollo de nuevos modelos y su aplicación en problemas prácticos. Los modelos con estructuras de dos etapas generalizados son los que se estudian más ampliamente en la literatura, mientras que el de estructura jerárquica es el menos explorado. En cuanto a aplicaciones, los bancos y entidades financieras son los que ocupan la primera posición, seguido de industrias en agricultura, posteriormente se encuentran el sector de transporte público (buses, trenes y aerolíneas) y por último, generación de energía.

2.4 Aplicaciones del NDEA a sistemas de transporte

Un ejemplo de aplicación del NDEA relacionado con la presente investigación es (Sheth, Triantis, y Teodorović 2007), donde se utiliza NDEA para comparar eficiencias de rutas de buses bajo criterios de impacto social y medioambiental. El modelo se complementa con programación por objetivos para tener en cuenta el cumplimiento de niveles de desempeño deseados, qué tan cerca están las rutas de su funcionamiento ideal según requerimientos preestablecidos por agencias de administración pública. Se considera además las condiciones de operación, asegurando que las comparaciones para establecer la eficiencia de estas rutas sean objetivas. El modelo NDEA en este artículo permite considerar distintas etapas en la prestación del servicio de transporte: su generación, reflejada en la cantidad de vehículos que circulan por la ruta y el consumo del servicio por los usuarios. Entre más adecuada sea la labor de planeación y control más alta será la tasa de consumo del servicio respecto al total generado por el sistema. En muchas ocasiones los vehículos de un sistema de transporte funcionan con cargas por encima o debajo de su capacidad ideal, evidenciando incongruencias en la generación del servicio que no se adecúa al comportamiento de la demanda.

Posteriormente en (Yu y Fan 2009) se desarrolla un modelo que permite considerar la interrelación entre la producción y el consumo de diversos servicios en un sistema de transporte; para el caso de aplicación, estos servicios corresponden a las rutas al interior y entre ciudades. El modelo representa el que algunos de los recursos utilizados (personal administrativo, de mantenimiento y conductores) sean compartidos por varios de los servicios. Un aspecto diferenciador de esta investigación es la representación paralela del proceso (generalmente considerado secuencial) en el modelo NDEA planteado, un tipo de MSNDEA (*Mixed Structure NDEA*). La aplicación del modelo se hizo en un sistema de transporte de buses en Taiwán.

A diferencia de los procesos de consumo y producción en manufactura, los servicios de tránsito no pueden ser almacenados y por lo tanto las salidas producidas, tales como el número de pasajeros transportados, pueden variar considerablemente de las entradas o recursos utilizados, tales como los vehículos en operación. Es necesario considerar salidas intermedias y al consumo de los servicios de transporte en una etapa posterior, relacionando la eficacia de la administración del sistema para colocar el servicio de transporte a disposición de los usuarios de la forma y en el momento adecuado. Esta característica particular de los sistemas de transporte masivos, el hecho de que sólo una fracción de los mismos puede ser realmente utilizada, son ignorados por las metodologías comunes de medición del desempeño; es vital obtener estimaciones válidas que consideren este aspecto.

En (Zhao et al. 2011) se propone un enfoque de evaluación para una nueva estrategia de administración de la demanda de transporte. El enfoque toma en consideración tres perspectivas: la del proveedor del servicio de transporte, la del usuario y la de la comunidad. Los usuarios se preocupan más por su movilidad; los proveedores, por costos operativos; la comunidad, por la

descongestión vehicular. Se emplea un modelo NDEA donde las perspectivas están interrelacionadas por productos intermedios. Su aplicación se hace utilizando información generada partir de un modelo de simulación de tráfico. El artículo compara las formulaciones de un modelo NDEA radial y el modelo NDEA basado en holguras SBMN (las holguras son los excesos en entradas y faltantes en salidas). Ya que se asume que la comunidad sufre los efectos adversos de la congestión de tráfico, como las emisiones contaminantes y accidentes, se busca minimizar estas salidas mientras que otras salidas deseables deben ser maximizadas. Este enfoque aborda la medición de la eficiencia cuando se incorporan salidas indeseables en el modelo de producción, al igual que la presente investigación.

Otros ejemplos de aplicación de modelos NDEA a rutas de buses son (Hahn, Kim, y Kho 2011) y (Hahn et al. 2013), el primero utiliza NDEA como respuesta a las críticas hacia los métodos de evaluación de rutas de buses arteriales utilizados anteriormente en Seúl, Corea. Estos no discriminaban la efectividad de las políticas implementadas, requerían de extensa información y no aportaban a la mejora del sistema. Se analizó la eficiencia para 113 rutas arteriales, como entradas se utilizó: los costos operativos, tasa de paradas de buses y longitudes sobrepuestas de las rutas; como salidas deseables: el total de usuarios del sistema y la satisfacción con el servicio; en salidas indeseables, se tomó las emisiones de CO₂ de los buses. (Hahn et al. 2013) es una extensión del estudio anterior, se desarrolla un modelo NDEA para evaluar la eficiencia de 58 compañías de buses en Seúl. Se analizan varios tipos de rutas de buses (expresa, arterial, alimentador y local) y considera la generación de agentes contaminantes en el aire como un resultado indeseable de la prestación del servicio de transporte. Los modelos NDEA propuestos permiten aislar los factores que impactan el desempeño de una ruta de buses.

Los modelos de evaluación de la eficiencia utilizados en las dos investigaciones previas consideran una orientación a las salidas, para operadores y para usuarios, pero no reflejan adecuadamente las características del servicio de transporte público; asumen que toda la capacidad de transporte provista es consumida, cuando este puede no ser el caso. El espacio libre en los vehículos que no es utilizado constituye un gasto que la agencia operadora no recupera. En varios momentos de su funcionamiento, el sistema puede estar operando a una fracción de su capacidad, mientras que en otros, el número de vehículos operando en el sistema puede ser insuficiente para dar un servicio adecuado. Si se falla al responder apropiadamente a los escenarios de baja y alta demanda, es porque no se determina adecuadamente las frecuencias de despacho de vehículos, dependiendo del momento del día y la demanda estimada; puede que tampoco se cuente con la implementación de un modelo de control adecuado, que garantice la regularidad en la prestación del servicio.

El enfoque de este tipo de investigaciones es llegar a resultados analíticos, que consideren el nivel de servicio de transporte provisto por el operador y el nivel de servicios que efectivamente son consumidos por los usuarios, para determinar la eficiencia en la utilización de los recursos en la administración de cada ruta.

Las redes conformadas para el NDEA son flexibles, su diseño queda a criterio del evaluador para ajustarse a un fin o condiciones específicas. En (Higashimoto, Takada, y Kishi 2013) se analiza las rutas de buses de la ciudad de Tomakomai en Japón mediante NDEA, para evaluar su pertinencia e importancia social, entendiendo esta como el acceso a hospitales e instalaciones comerciales, entre otras. Se consideran factores que influyen el desempeño de la ruta como la densidad de población a lo largo del trayecto. La metodología desarrollada ayuda a la toma de decisiones frente a la cancelación de una ruta, si esta no es viable, o su mantenimiento y mejora, en caso contrario.

Recientemente, (Yu, Chen, y Hsiao 2016) desarrolló un modelo DEA que considera múltiples tipos de servicio de transporte y el cambio en su desempeño de forma dinámica. La formulación

matemática del modelo permite que una salida para un periodo determinado sea utilizada como entrada en el sistema para un momento posterior. El modelo fue diseñado para considerar múltiples enfoques, actividades y procesos, así como múltiples periodos de operación y las interrelaciones entre estos; enlaza los procesos a través de entradas compartidas y flujos que conectan dos o más periodos, también incorpora salidas indeseables dentro de la evaluación de eficiencia.

El modelo provee medidas de desempeño más apropiadas en comparación a otras metodologías que realizan una evaluación fraccionada. El vacío de conocimiento abordado en el artículo es la inclusión del enfoque dinámico dentro de los modelos NDEA utilizados para evaluar la eficiencia de sistemas de transporte público. El modelo se aplicó en la evaluación de 20 compañías de buses en Taiwán.

Para entender el desempeño operacional de las agencias de tránsito se necesita tener en cuenta la distribución de recursos compartidos y el efecto de flujos que pasan de un periodo a otro. Una investigación que analiza y recopila distintos enfoques y objetivos de proyectos de investigación desarrollados en torno a la evaluación de eficiencia para sistemas de transporte es (Daraio et al. 2016), donde se consideran dos enfoques para clasificar las investigaciones analizadas, las que parten de una relación entre recursos utilizados y salidas producidas, frente a las que abordan un análisis econométrico. El objetivo es proveer un análisis sistemático y elaborar una taxonomía de las preguntas de investigación. Se busca aportar a la elaboración de nuevos modelos al hacer un compendio de indicadores frecuentemente utilizados, clasificados en entradas y salidas.

Se recolectó y analizo en total 124 artículos científicos en varios campos, todos referentes a la eficiencia en sistemas de tránsito público urbano. Esto permitió caracterizar el estado del arte en el área de estudios de eficiencia y/o efectividad. Los artículos se clasificaron de la siguiente manera:

1. Estudios que se enfocan en identificar la eficiencia técnica del sistema de transporte, de una forma más descriptiva que interpretativa.
2. Investigaciones que se preguntan por los factores que afectan la eficiencia técnica.
3. Trabajos sobre la medición del impacto en la eficiencia y los efectos de aplicar distintas estrategias en la operación del sistema de transporte.
4. Artículos que analizan la diferencia entre una regulación pública en el sistema, contra la administración privada.
5. Artículos que se concentran en la economía y escala de los sistemas, caracterizando la tecnología de transporte (infraestructura, capacidad, red, costos, etc.).

2.5 La necesidad de considerar información difusa en los modelos DEA y NDEA (FDEA y FNDEA)

La ventaja del DEA es que no requiere ninguna suposición sobre la forma de la frontera eficiente y tampoco sobre las operaciones internas de una DMU. Una limitación es que cambios pequeños en la información pueden producir diferencias significativas en la frontera. Por lo tanto, para aplicar DEA exitosamente, se debe contar con una medición precisa de las variables (entradas y salidas). Sin embargo, la información disponible en aplicaciones en el mundo real puede ser imprecisa.

Es frecuente que en los análisis de eficiencia mediante DEA los criterios de desempeño para las DMUs (entradas y salidas) presenten incertidumbre en sus valores numéricos. Por lo que puede ser adecuado representar estos a través de rangos, surgiendo así áreas como el DEA por intervalos (*Interval DEA* - IDEA) o el DEA difuso (*Fuzzy DEA* - FDEA).

En (Despotis y Smirlis 2002) se propone el modelo IDEA, Análisis Envolvente de Datos en intervalos. Esta es una metodología alternativa para manejar información imprecisa en modelos DEA. Se

transforma el modelo no lineal IDEA (en el cual las variables se expresan por rangos), en dos programas lineales equivalentes y se modifica conjunto de datos original haciendo transformaciones en las variables. Resultando en dos modelos para hallar los límites inferior y superior de los puntajes de eficiencia difusos de las DMUs evaluadas.

Muchos de los modelos desarrollados para trabajar con datos imprecisos son muy sensibles a la inclusión de nuevas unidades o su retiro del conjunto de referencia, esto por las sucesivas transformaciones que se le debe hacer a los datos. El modelo IDEA por rangos es una metodología fácil de implementar que no tiene tales limitaciones.

En (Bray, Caggiani, y Ottomanelli 2015) se plantea una metodología que permite utilizar información imprecisa en la evaluación de modelos de transporte, el artículo especifica un modelo DEA Difuso (*Fuzzy DEA* - FDEA) para medir la eficiencia de un sistema de transporte considerando incertidumbre los datos y en el resultado de la evaluación.

En el modelo planteado se consideran entradas difusas utilizando funciones de membresía de números triangulares. La información imprecisa se expresa comúnmente a través de intervalos, rankings o números difusos. La aplicación de la teoría de conjuntos difusos (*Fuzzy Sets Theory*) en el DEA se puede categorizar en cuatro grupos, según los autores del anterior artículo: en enfoque por tolerancias, cortes de Alfa (α -Cuts), jerarquía difusa (*Fuzzy Ranking*) y el enfoque por posibilidades.

Los cortes de alfa son la metodología más popular, en esta se convierte el modelo FDEA en una pareja de programas paramétricos para calcular los límites inferior y superior de la eficiencia para distintos niveles del parámetro alfa. Así se construye de forma empírica la función de membresía de la eficiencia, lo que requiere solucionar de forma iterativa ambos modelos paramétricos variando el valor de Alfa. El resultado final es una eficiencia expresada como un número difuso triangular (*Triangular Fuzzy Number* - TFN), al igual que los factores empleados como información de entrada.

En la literatura científica se presentan varias metodologías propuestas para adaptar los modelos DEA y considerar información difusa. No hay una aproximación universalmente aceptada para resolver este tipo de situaciones ni para solucionar los modelos FDEA resultantes.

2.6 La necesidad de considerar factores indeseables en modelos DEA y NDEA (DEA-UF y NDEA-UF)

La existencia de factores de desempeño que tienen una connotación negativa, contraria La comúnmente aceptada es, al igual que la información difusa, una situación frecuente en la aplicación de modelos de DEA y análisis de eficiencia en general. En procesos de producción se pueden tener salidas que se desee reducir así como entradas que se debe aumentar, esto repercute en que el sistema sea más eficiente.

Para la evaluación de rutas de buses de tránsito rápido muchos de Los criterios de desempeño pueden ser considerados como salidas indeseables de un proceso de transformación, el sistema de transporte presta un servicio a sus usuarios recogiendo pasajeros en las estaciones y llevándolos a su destino pero sin una metodología de control apropiada, que respalde un adecuado modelo para el cálculo de la frecuencia despacho de vehículos, se pueden generar congestiones entre los buses, tiempos de espera excesivamente largos para los usuarios en las estaciones y también un desequilibrio del número de pasajeros que viajan en los diferentes buses.

En (Maghbouli, Amirteimoori, y Kordrostami 2014) se desarrolla un modelo NDEA de dos etapas que considera la existencia de salidas intermedias indeseables (emisiones contaminantes resultado de la prestación de un servicio de transporte aéreo). Con el modelo se busca evaluar la eficiencia de un conjunto de aeropuertos y determinar bajo qué escenarios se obtiene la mejor operación en las

etapas de planeación y prestación del servicio. Su aplicación se hace con información de un conjunto de 39 aeropuertos españoles.

Otro ejemplo de la necesidad de considerar factores indeseables se da en (Sarkhosh-Sara, Tavassoli, y Heshmati 2019), donde se propone un modelo NDEA para la evaluación de sostenibilidad de países de altos, medianos y bajos ingresos que considera la producción sostenible y la distribución como etapas de un marco de evaluación unificado. En este marco se pueden presentar salidas indeseables y valores de cero en los criterios de evaluación. Las salidas indeseables son residuos de la etapa de producción que deben ser minimizados. El artículo propone un modelo de doble frontera para obtener puntajes de eficiencia optimistas y pesimistas. Para identificar las fortalezas y debilidades de los países se lleva a cabo además un análisis de sensibilidad, la metodología del artículo permite proponer soluciones para reducir ineficiencias en las dos etapas del proceso.

La anterior investigación abordó la situación de salidas indeseables, más estas eran valores exactos. Una situación más específica, que necesita ser abordada de una forma más amplia en la literatura científica, es el caso de factores indeseables que simultáneamente sean difusos.

2.7 Combinación de los enfoques FDEA, DEA-UF y NDEA (FNDEA-UF)

Un ejemplo de una investigación que reconoce la existencia de factores indeseables dentro de un modelo de FDEA es (Puri y Yadav 2014), donde a través de sustituciones se consigue solucionar el programa matemático no lineal como uno lineal paramétrico y exacto; con valores específicos para la eficiencia de las DMUs en sucesivos cortes de Alfa (que varía entre 0 y 1). La inclusión de salidas indeseables dentro de la modelación del FDEA se hizo restando estos factores indeseables (multiplicados por su ponderador) en el numerador de la función objetivo fraccional con la que se calcula la eficiencia. La aplicación del método propuesto se hizo con información del sector bancario en India.

Es importante analizar el hecho que el tomar factores indeseables, en este caso salidos, como si fuesen entradas dentro del modelo DEA permite cumplir con la perspectiva en la cual éstas deben reducirse para aumentar la eficiencia. Sin embargo, bajo este enfoque no se representa fielmente la tecnología de producción de los sistemas analizados. Además, este enfoque no es aplicable para casos en los cuales todas las salidas pueden considerarse como indeseables. Este es el caso de una evaluación de sistemas de transporte utilizando indicadores de desempeño que se desee reducir.

El siguiente paso lógico consiste en combinar modelos NDEA con estructura de red y la capacidad de considerar información difusa en los factores del análisis o criterios de evaluación, junto con la alternativa de clasificar los factores del análisis, en factores comunes e indeseables. Una investigación donde este enfoque se desarrolla es (Khalili-Damghani y Shahmir 2015), que presenta un modelo NDEA que considera valores en intervalos para evaluar la eficiencia de plantas de producción eléctrica y el proceso de distribución de energía. Se tiene en cuenta salidas indeseables tales como emisiones de agentes contaminantes. Cada DMU se compone de dos procesos interconectados (generación y distribución). El modelo se extiende utilizando datos por intervalos para tener en consideración incertidumbre en la recolección de información.

Para utilizar los datos por intervalos, el modelo propuesto calcula dos valores límites de eficiencia (superior e inferior) para lo que compara a la DMU bajo evaluación, utilizando sus mejores niveles en factores, frente a las otras del conjunto de referencia con sus peores niveles; paralelamente se utiliza el enfoque contrario. Para estos dos enfoques el modelo de programación matemática NDEA posee dos fases, este es convertido en uno de una sola fase para su solución pero requiere que se exprese su forma Dual para que haya coherencia en las funciones objetivo y la dirección de la optimización en ambas fases. Esto dota de una complejidad adicional al modelo, no solamente para

su formulación sino también para su solución ya que se trata de uno no lineal por una multiplicación de variables.

El tratamiento de salidas indeseables en el Análisis Envolvente de Datos ha recibido gran atención en años recientes. En (G. Halkos y Petrou 2019) se recopilan y analizan distintos enfoques para tratar con salidas indeseables, al clasificarlas se llegó a las siguientes categorías: 1) ignorarlas al momento de construir la función de producción, 2) utilizarlas como entradas convencionales, 3) utilizarlas como salidas convencionales o 4) llevar a cabo transformaciones necesarias para tener en cuenta su naturaleza. Cada método trae consigo beneficios y debilidades que un investigador debe tener en cuenta al momento decidirse por un enfoque dentro de su propio trabajo.

Según estos autores hay varias transformaciones que puede ser necesario aplicar a los datos, cuando se trata de factores indeseables en DEA: el método multiplicativo inverso, toma la unidad dividida en el valor del factor; el método de translación implica hacer negativo el valor del factor (multiplicando por -1), con lo cual la variable indeseable se volvería deseable pero es necesario adicionar un valor lo suficientemente grande como para que todos los datos sean positivos y puedan utilizarse dentro del modelo DEA.

2.8 Modelos DEA dinámicos (DDEA)

Los modelos NDEA dinámicos son un tipo de estructura de red en serie en la cual cada una de las etapas constituyentes es la misma DMU analizada en un período distinto. Este enfoque permite desarrollar un análisis de eficiencia a través de un horizonte de tiempo en el cual para los distintos periodos existe una conexión representada a través de recursos intermedios. La estimación de la eficiencia en diferentes etapas y momentos dentro de un proceso provee información detallada sobre cómo mejorar su desempeño operativo. Los recientes adelantos en el Análisis Envolvente de Datos utilizando modelos de redes permiten que las DMUs estén informadas respecto a las ineficiencias al interior y el momento en el cual se presentaron; así como el cambio de la eficiencia en el tiempo.

El NDEA considera a través de una estructura de red la conformación interna de un proceso de producción específico, sin embargo, ignora los efectos dinámicos si no considera la dimensión temporal de estos procesos de producción y por lo tanto se obtendrán medidas de eficiencia incorrectas repercutiendo en información distorsionada que le será suministrada a las unidades tomadoras de decisión.

En (Omraní y Soltanzadeh 2016) se propone un NDEA Dinámico (DNDEA) para evaluar el desempeño de las DMUs durante múltiples periodos de tiempo. Para ilustrar el modelo propuesto se evalúa la eficiencia de 8 compañías aéreas en Irán, considerando que el desempeño en cada período está interconectado a través de un flujo remanente. Se comparan los resultados con los modelos de DEA Dinámico (DDEA) y NDEA básicos. La mayoría de los estudios en sistemas dinámicos calculan la eficiencia general y las eficiencias específicas para distintos periodos de forma separada. La principal contribución de la combinación de los enfoques Dinámico y de Red en el DEA, es hacer una evaluación conjunta.

En la aplicación a aerolíneas, el proceso interno se divide en dos partes (producción y consumo) estas se relacionan a lo largo de distintos periodos por un recurso intermedio. La estructura del modelo propuesto por los autores del artículo representa de una forma fiel el funcionamiento interno y la evolución en el tiempo de las aerolíneas analizadas. Esto hace que al comparar el análisis de eficiencia desarrollado frente a otros enfoques estándar del Análisis Envolvente de Datos, los

puntajes de eficiencia sean menores por el alto poder discriminante al considerar mayor información separada por etapas y por periodos.

2.8.1 Modelos DEA dinámicos con información difusa (DFDEA)

Un ejemplo de combinación de modelos DEA dinámicos y el uso de información difusa Se presenta en (Olfat et al. 2016), donde se desarrolla un modelo DFDEA (*Dynamic Fuzzy DEA*) para evaluar la sostenibilidad de aeropuertos. Esta metodología contempla múltiples perspectivas y etapas del proceso de operación. La estructura de red desarrollada permite considerar el funcionamiento interno del aeropuerto, el cómo éste afecta la comunidad y también la prestación del servicio a los pasajeros simultáneamente; esta combinación hace posible una evaluación profunda del desempeño. La extensión difusa del modelo de red dinámico permite sobrellevar la incertidumbre de los datos durante el análisis.

Pese a que existen varios exponentes en la literatura que utilizan modelos NDEA dinámicos y con información difusa, su aplicación a sistemas de transporte es restringida, aún más al tratarse de sistemas BRT y específicamente que analicen la eficiencia de una ruta de transporte al interior de sistema en lugar de comparar criterios de desempeño generales entre sistemas de distintas ubicaciones geográficas.

La Tabla 2 resume los principales aspectos considerados en la revisión de la literatura para aquellas investigaciones que utilizan Análisis Envoltorio de Datos en la evaluación de eficiencia de sistemas de transporte o cuya formulación matemática y enfoque apoya el desarrollo del modelo planteado en esta investigación.

2.8.2 El Modelo DFDEA con factores indeseables (DFDEA-UF) y su aplicación en la evaluación de rutas de buses

La presente investigación se diferencia de trabajos previos en el campo de la evaluación de eficiencia de sistemas BRT ya que combina el modelo NDEA dinámico, para realizar una evaluación por periodos de una ruta de transporte, con información difusa en los factores de evaluación (en salidas y flujos intermedios) que son indicadores de desempeño que miden la irregularidad del servicio por lo que además son factores indeseables.

La información de entrada del modelo proviene de distintos registros obtenidos mediante múltiples corridas de un modelo de simulación, al tener en cuenta el comportamiento estocástico del sistema de transporte se obtienen resultados diferentes. Si estos se analizan únicamente representados mediante una medida de localización como el promedio, se estaría ignorando mucha de la información obtenida.

Se busca desarrollar una herramienta integral, que apoya un proceso de toma de decisiones en las labores de gestión y planeación de operación del sistema de transporte público de tipo BRT, enfocándose en la comparación y análisis de desempeño de distintos modelos de control bajo diferentes condiciones de operación y como la ruta (vehículos que transitan por ella) mantiene la regularidad de su operación para prestar un servicio adecuado a sus pasajeros.

Tabla 2 Resumen de la revisión de la literatura para DEA en sistemas de transporte

Referencia	Objetivo	Modelo	Particularidades
(Lao y Liu 2009)	Desempeño de las diversas rutas que componen un sistema de transporte masivo	DEA	Apoyo en sistemas de información geográfica (GIS)
(Caulfield, Bailey, y Mullarkey 2013)	Identificar el medio de transporte masivo más eficiente	DEA	<i>K-Means clustering</i>
(Li et al. 2013)	desempeño de rutas de buses de transporte	DEA	Énfasis en el análisis de sensibilidad
(Georgiadis, Politis, y Papaioannou 2014)	Eficiencia de rutas de transporte público	DEA	Se emplea Bootstrapping y Clustering
(Sheth, Triantis, y Teodorović 2007)	Eficiencias de rutas de buses bajo criterios de impacto social y medioambiental	NDEA	Programación por objetivos, simulación de la operación de las rutas
(Yu y Fan 2009)	Analizar la interrelación de rutas al interior y ente ciudades	MSNDEA, NDEA de estructura mixta	Recursos compartidos, representación paralela de procesos
(Zhao et al. 2011)	Enfoque de evaluación para una estrategia de administración de la demanda de transporte a implementar	NDEA	Tres perspectivas: la del proveedor del servicio, la del usuario y la de la comunidad
(Hahn, Kim, y Kho 2011)	Evaluación de rutas de buses arteriales	NDEA	Salidas indeseables
(Hahn et al. 2013)	Evaluar la eficiencia de compañías de buses	NDEA	Varios tipos de rutas de buses, salidas indeseables
(Higashimoto, Takada, y Kishi 2013)	Análisis de pertinencia e importancia social de rutas de buses	NDEA	Se consideran factores medioambientales
(Yu, Chen, y Hsiao 2016)	Análisis de eficiencia en el tiempo de compañías de buses	NDEA Dinámico	Considera múltiples enfoques, actividades y procesos
(Bray, Caggiani, y Ottomanelli 2015)	Medir la eficiencia de un sistema de transporte	FDEA, DEA Difuso	Solución por Cortes Alfa
(Maghbouli, Amirteimoori, y Kordrostami 2014)	Evaluar la eficiencia de un conjunto de aeropuertos	NDEA de dos etapas	Salidas indeseables
(Sarkhosh-Sara, Tavassoli, y Heshmati 2019)*	Evaluación de sostenibilidad de países de altos, medianos y bajos ingresos	NDEA, modelo de doble frontera	Salidas indeseables y valores de cero
(Puri y Yadav 2014)*	Comparar entidades del sector bancario	FDEA, DEA Difuso	Solución por Cortes Alfa, salidas indeseables, eficiencia cruzada
(Khalili-Damghani y Shahmir 2015)*	Evaluar la eficiencia de plantas de producción eléctrica y el proceso de distribución de energía.	INDEA, NDEA por intervalos	Dos modelos de optimización que se resuelven paralelamente
(Omran y Soltanzadeh 2016)	Evaluar la eficiencia de compañías aéreas	DNDEA, NDEA Dinámico	Flujos intermedios que se presentan en un mismo periodo y entre periodos
(Olfat et al. 2016)	Evaluar la sostenibilidad de aeropuertos	DFDEA, DEA Dinámico y Difuso	Factores intermedios representados por números difusos triangulares
La presente investigación	Comparar el desempeño de modelos de control aplicados a una ruta de un sistema BRT bajo diferentes condiciones de operación	DFDEA, DEA Dinámico y Difuso	Factores indeseables (Salidas en cada periodo y flujos intermedios)

(*) Artículos que no se centran en sistemas de transporte pero cuya formulación matemática es cercana a la del modelo propuesto en esta investigación.

3 MARCO CONTEXTUAL

3.1 Descripción del sistema de transporte

El Sistema Integrado de transporte Público (SITP) MEGABÚS de la ciudad de Pereira (Risaralda – Colombia) es un sistema BRT que cuenta con carril exclusivo, aislado del tráfico particular durante la mayor parte del recorrido. Está compuesto por rutas troncales que atienden las zonas de mayor atracción demanda (centro de la ciudad) y rutas alimentadoras que circulan por las periferias de la ciudad. Las rutas alimentadoras no cuentan con carriles exclusivos, por tanto, no están caracterizadas como sistema BRT y el tamaño de los buses es menor en comparación con las rutas troncales. La presente investigación se centra en la ruta troncal 3 del sistema MEGABÚS. Esta ruta cuenta con un corredor de tránsito que forma un circuito cerrado, es decir que la estación inicio es también donde la ruta finaliza su recorrido. La ruta 3 (ver Figura 3) cuenta con 28 estaciones que no están distribuidas de forma regular a lo largo de una distancia de 14.7 Km de recorrido.

En este sistema, investigaciones anteriores se han enfocado en plantear modelos de optimización para lograr la mejoría de la eficiencia operativa. La Figura 4 muestra el orden e interrelaciones entre estos trabajos previos en los cuales se apoya la presente investigación. Los principales aspectos de estas investigaciones, necesarios para obtener la información de entrada del modelo NDEA que se propone para evaluar la eficiencia de rutas de sistemas BRT (con enfoque particular a la comparación de modelos de control) se presenta a continuación. Estas investigaciones son: (Ramírez, Soto, y Orozco 2015), (Jiménez y Soto 2016) y (Galindres, Soto, y Estrada 2017); entre otros trabajos todavía por publicar.



Figura 3 Mapa de la ruta 3 del sistema MEGABÚS de Pereira - Colombia. Elaboración MEGABÚS S.A.

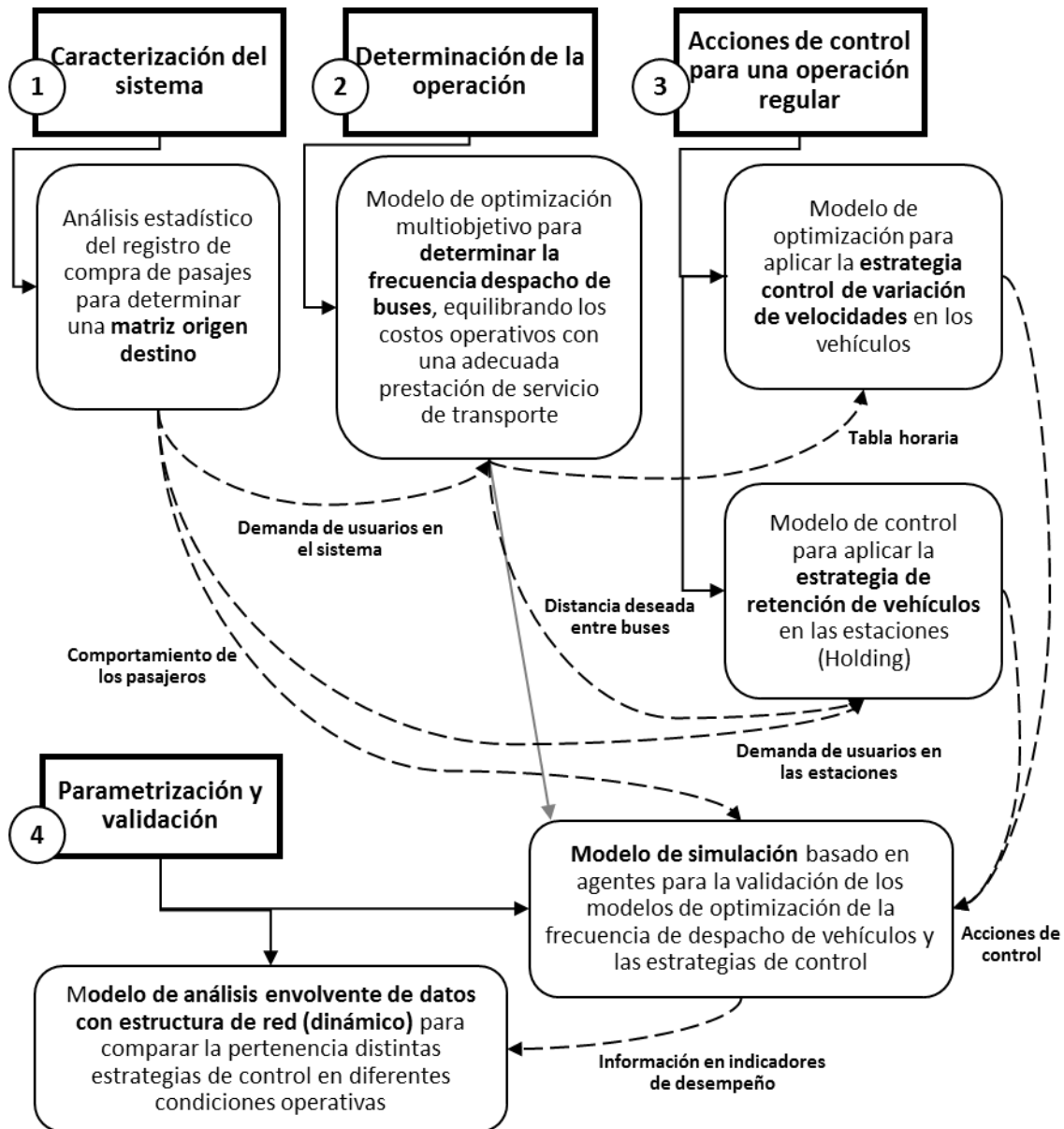


Figura 4 Diagrama que representa las interrelaciones entre los antecedentes de la actual investigación

3.2 Modelos de control, generalidades

Se analiza una única ruta de un sistema BRT, con un corredor de tránsito dedicado que forma un circuito cerrado, donde hay un total de E estaciones distribuidas de forma irregular. En cada momento se desplazan por el corredor un total de U vehículos con una capacidad dada, para los que se asume una velocidad de desplazamiento conocida. Los vehículos inician su operación en la estación 1, en su recorrido visitan las demás estaciones (2,3, ..., E) hasta regresar al origen (ver Figura 5). La demanda es variable y su estimación se puede realizar a partir de una matriz O-D (Origen-Destino) que corresponde a las proporciones de usuarios que ingresan al sistema en cada estación para desplazarse hasta su destino en una estación diferente.

Los buses son numerados según el orden de partida desde la estación 1, así el primero es aquel más próximo a terminar su recorrido (1,2, ..., U). Las estaciones son numeradas según el orden en que

son visitadas por los buses a lo largo del corredor (ver Figura 5). La numeración de los vehículos se reinicia cada que un bus termina su recorrido y sale del sistema.

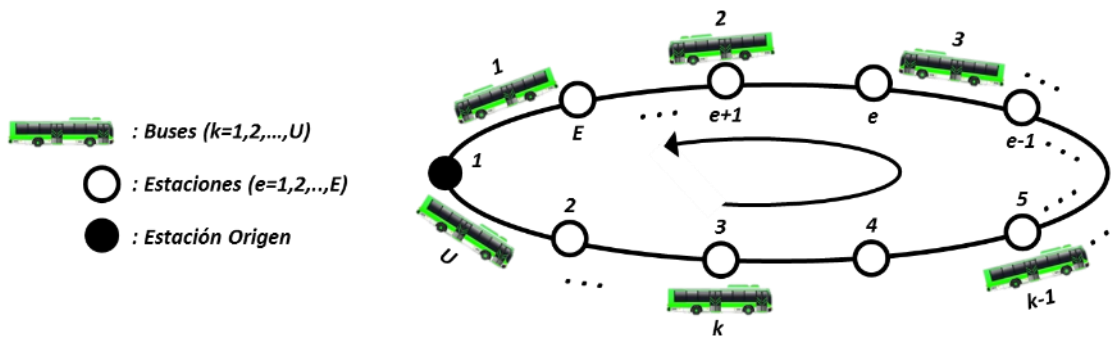


Figura 5 Representación de una ruta en un sistema BRT.

El sistema contemplado posee las siguientes características:

- No se permiten adelantamientos.
- Cada bus debe visitar todas las estaciones del sistema.
- Los buses no pueden dejar pasajeros si tienen capacidad disponible.
- La demanda es variable y diferente en cada estación.
- Los pasajeros que no pueden abordar un bus esperan la llegada del próximo.
- Se tiene una flota uniforme con igual capacidad de carga de pasajeros.
- La frecuencia de despacho de buses es constante.
- Se dispone de un sistema AVL por GPS para la localización de los vehículos.
- Se carece de un sistema de conteo automático de pasajeros (APC).
- Se dispone de información en tiempo real de la venta de pasajes en cada estación y los tiempos de llegada y salida de los buses en las estaciones visitadas.
- Se cuenta con una estimación de flujo de pasajeros en una matriz O-D.
- Los procesos de abordaje y descenso se consideran lineales y dependen de parámetros constantes durante la operación del sistema.

3.3 Modelo de control por retención (*Holding*)

El modelo de control por *Holding* tiene como objetivo conservar la regularidad de la separación deseada entre buses (*Headway*). Se minimiza la diferencia entre la separación de buses consecutivos respecto a un valor dado, que corresponde al tiempo de despacho de los vehículos en el sistema. El cálculo del *Headway* considera la distancia física a recorrer y los tiempos de espera estimados en las estaciones. Estos últimos están dados por un tiempo de parada mínimo para el ascenso y descenso de pasajeros, más un tiempo adicional de retención, calculado como un óptimo global para corregir los atrasos o adelantos en la operación de los vehículos.

3.3.1 Notación

Al momento de solucionar el modelo, se utiliza información de la cantidad de buses en operación, su ubicación y estado (en movimiento o detenido en una estación). Para describir el estado del sistema y optimizar los tiempos de espera se utilizan los índices, parámetros y variables registrados respectivamente en la Tabla 3.

Tabla 3 Índices, conjuntos, parámetros y variables de decisión del modelo de control por Holding

Descripción	
Índices y conjuntos:	
k	Índice de los buses. $k = 1, \dots, U$
e	Índice de las estaciones. $e = 1, \dots, E$
i, j	Índices de las estaciones dentro de una matriz O-D. $i, j = 1, \dots, E$
$E_{k,k-1}$	Conjunto de estaciones que se encuentran entre el bus k y el $k - 1$.
Parámetros:	
E	Número de estaciones de la ruta.
U	Número de buses en operación en el momento en que se resuelve el modelo.
Hd	<i>Headway</i> deseado para los buses de la ruta (minutos).
v_k	Velocidad del bus k (metros por minuto).
$d_{k,k-1}$	Distancia entre el bus k y el $k - 1$ (metros).
Td_k	Tiempo que el bus k lleva detenido en una estación. $Td_k = 0$ si el vehículo está en movimiento (minutos)
α, β	Tiempos de ascenso y descenso, respectivamente (minutos por pasajero).
Tl_{ke}	Tiempo de parada ejecutado por el bus k en la estación e al instante en que se resuelve el modelo (minutos).
Th_{max}	Tiempo máximo permitido para el <i>Holding</i> (minutos).
C_k	Capacidad de pasajeros del bus k .
Mod_{ij}	Cantidad de pasajeros que viajan de la estación i a la j dado por una matriz O-D.
Mod_i .	Total de pasajeros que inician su viaje en la estación i dado por una matriz O-D.
$R_{k-1,e}$	Cantidad de pasajeros que ingresan en la estación e desde la partida del bus $k - 1$.
To	Instante en el que se resuelve el modelo (minutos desde el inicio de la operación).
$ts_{k-1,e}$	Tiempo de salida del bus $k - 1$ de la estación e (minutos desde el inicio de la operación).
e_k	Primera estación del conjunto $E_{k,k-1}$ según el recorrido en la ruta.
Variable de decisión	
T_{ke}	Tiempo de parada del bus k en la estación e que comprende el ascenso y descenso de pasajeros más el tiempo de <i>Holding</i> (minutos).
Variables auxiliares	
$H_{k,k-1}$	<i>Headway</i> entre el bus k y el $k - 1$, tiempo estimado que le tomaría al bus k el llegar a la posición del bus $k - 1$ (minutos).
Th_{ke}	Tiempo de <i>Holding</i> para el bus k en la estación e (minutos).
S_{ke}	Cantidad de pasajeros que suben al bus k cuando este visita la estación e .
B_{ke}	Cantidad de pasajeros que descienden del bus k cuando este visita la estación e .
V_{ke}	Cantidad de pasajeros que viajan en el bus k cuando este se dirige a la estación e .
D_{ke}	Cantidad de usuarios que demandan la llegada del bus k en la estación e .
$Q_{k-1,e}$	Cantidad de usuarios en la estación e que no abordaron el bus $k - 1$ ya que este se encontraba lleno y deben esperar la llegada de un próximo vehículo.
P_{ke}	Cantidad de usuarios que ingresarán a la estación e , desde el momento en que se resuelve el modelo, hasta la llegada del bus k .
\hat{t}_{ke}	Tiempo estimado para la llegada del bus k a la estación e (minutos).

3.3.2 Formulaci3n:

Minimizar

$$\sum_{k=2}^U |H_{k,k-1} - Hd| \quad (1)$$

Sujeto a:

$$H_{k,k-1} = \left(\frac{d_{k,k-1}}{v_k} \right) - Td_{k-1} + \sum_{e \in E_{k,k-1}} T_{ke}, \quad \forall k \neq 1 \quad (2)$$

$$T_{ke} = \max(\alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - Tl_{ke}, 0) \quad (3)$$

$$Th_{ke} \leq Th_{max} \quad (4)$$

$$S_{ke} = \min(C_k + B_{ke} - V_{ke}, D_{ke}) \quad (5)$$

$$B_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} S_{ki} \left(\frac{Mod_{ie}}{Mod_{i.}} \right) \quad (6)$$

$$V_{ke} = \sum_{i=1}^{e-1} (S_{ki} - B_{ki}) \quad (7)$$

$$D_{ke} = Q_{k-1,e} + R_{k-1,e} + P_{ke} \quad (8)$$

$$P_{ke} = \lambda_e \hat{t}_{ke} \quad (9)$$

$$\lambda_e = \frac{R_{k-1,e}}{To - ts_{k-1,e}} \quad (10)$$

$$\hat{t}_{ke} = \left(\frac{d_{ke}}{v_k} \right) + \sum_{i=e_k}^{e-1} T_{ki} \quad (11)$$

$$Q_{ke} = Q_{k-1,e} + R_{k-1,e} + P_{ke} - S_{ke} \quad (12)$$

$$\forall k, \forall e \in E_{k,k-1}$$

El objetivo es la minimizaci3n de las diferencias, respecto a un *Headway* deseado (determinado por la frecuencia de despacho de los buses), de las separaciones entre cada par consecutivo de vehculos en operaci3n. El *Headway* se calcula como el tiempo que le tomar3 a un vehculo alcanzar la posici3n registrada del siguiente, en el momento en que se ejecuta modelo de control. Dentro de este c3lculo se considera la distancia f3sica a recorrer y los tiempos de espera en las estaciones. Si un bus se encuentra en una estaci3n, en el momento de aplicar el modelo de control, para el c3lculo del *Headway* se considera el tiempo estimado que falta para que se termine el abordaje y descenso de pasajeros. En un sistema de transporte con estaciones cercanas entre s3, dichos tiempos son significativos e ignorarlos puede llevar a subestimar el *Headway*.

La funci3n objetivo a minimizar en (1) es la suma de las desviaciones del *Headway* real entre cada par de vehculos respecto al *Headway* deseado en el sistema. El bus n3mero 1 no es incluido en la

sumatoria porque no posee un bus delante de él con el cual calcular su *Headway*. Para el cálculo de $H_{k,k-1}$ en (2) se suma el tiempo de recorrido del bus k , dado por la división de $d_{k,k-1}$ entre v_k , con los tiempos de parada estimados T_{ke} en las estaciones del conjunto $E_{k,k-1}$, que visitará antes de alcanzar la posición del bus $k - 1$. En el conjunto $E_{k,k-1}$ se incluye la estación en la que se puede encontrar el bus k al momento de solucionar el modelo pero no la estación en la que pueda estar el bus $k - 1$ ya que esta última hace parte del siguiente conjunto ($E_{k-1,k-2}$). Si al momento de resolverse el modelo, el bus $k - 1$ se encuentra detenido en una estación, el tiempo Td_{k-1} se resta para no sobrestimar la separación entre los buses. Dado que el modelo se soluciona a intervalos dados, los tiempos de parada que se realicen pueden ser solo una parte de todos los hallados por el modelo, sin embargo, se consideran todas las estaciones entre buses consecutivos dentro de un horizonte específico para cada vehículo con el propósito de no sobrestimar la retención.

El tiempo de parada de un bus k en una estación e se obtiene sumando el tiempo estimado de abordaje y descenso de pasajeros, hallado como $\alpha S_{ke} + \beta B_{ke}$, con el tiempo de retención adicional Th_{ke} . Si el vehículo está en una estación, ejecutando un tiempo de parada que fue calculado en el paso anterior, es necesario restar el tiempo tl_{ke} que lleva detenido para que se considere únicamente el tiempo de espera no ejecutado. Si el tiempo de parada calculado es negativo, en la actual ejecución del modelo se asigna un tiempo de parada de cero, lo cual se expresa mediante (3). En (4) se impone un límite superior a los tiempos de retención a calcular para evitar grandes retrasos en la operación de los buses. En (5) se determina la cantidad de pasajeros que abordan un vehículo k , al considerar la capacidad del bus C_k menos los V_{ke} pasajeros que viajan en el vehículo y se selecciona el mínimo entre la capacidad disponible, después del descenso de B_{ke} pasajeros, y el número de usuarios D_{ke} que desean abordar.

El número de pasajeros que descienden del bus en la estación e es calculado en (6) a partir de una matriz O-D, sumando la cantidad estimada de usuarios que se han subido al vehículo k en las estaciones anteriores cuyo destino es la estación e . Con (7) se obtiene el número de pasajeros que viajan en un bus, como la diferencia entre los que se han subido y bajado en las estaciones anteriores a e . La demanda para el bus k es calculada en (8), al sumar la cantidad $Q_{k-1,e}$ de pasajeros que no lograron acceder al bus $k - 1$, con el número $R_{k-1,e}$ de usuarios que han ingresado a la estación desde que salió el bus $k - 1$ y la cantidad estimada P_{ke} de pasajeros que ingresarían en el intervalo de tiempo comprendido entre la solución del modelo y la llegada del bus k .

En (9) se calcula P_{ke} multiplicando la tasa de llegada λ_e con el tiempo estimado de viaje \hat{t}_{ke} del bus k , desde la posición actual en el momento de solución del modelo hasta llegar a la estación e . La tasa λ_e representa el nivel de llegadas de usuarios a la estación e y es obtenida en (10) como el cociente del registro por ingresos $R_{k-1,e}$ y la diferencia de tiempo entre el momento To en que se aplica el modelo de control y la hora de salida $ts_{k-1,e}$ del bus $k - 1$. El tiempo estimado que le tomará al bus k llegar a la estación e desde su posición actual está dado por la ecuación (11). Donde d_{ke} es la distancia entre el bus k y la estación e ; la sumatoria de tiempos de parada en las estaciones inicia en la primera estación del conjunto $E_{k,k-1}$, denotada por e_k . Mediante la ecuación (12) se calcula de forma recursiva la cantidad de usuarios $Q_{k,e}$ que quedan en la estación al no haber logrado abordar el bus k , esto restando los que ingresan al vehículo del total de usuarios que estaban en la estación. Cabe mencionar que las cantidades S_{ke} , B_{ke} , V_{ke} , D_{ke} , Q_{ke} y P_{ke} son estimaciones de los verdaderos valores, obtenidas con información de venta de pasajes y una matriz O-D.

3.3.3 Transformaciones para linealizar el modelo

El modelo de control propuesto es no lineal, su linealización se consigue mediante las siguientes sustituciones: La función objetivo en (1) se reemplaza por la ecuación (13) y se adicionan las restricciones (14) y (15). Donde θ_k es una variable auxiliar que representa la diferencia en valor absoluto entre el *Headway* de un vehículo y el *Headway* deseado en la operación del sistema.

$$\sum_{k=2}^U \theta_k \quad (13)$$

$$\theta_k \geq H_{k,k-1} - Hd, \quad \forall k \neq 1 \quad (14)$$

$$\theta_k \geq Hd - H_{k,k-1}, \quad \forall k \neq 1 \quad (15)$$

La restricción (3) se reemplaza por las ecuaciones (16) a (19). Donde x_{ke} es una variable binaria la cual indica que el bus k ya ha cumplido con el tiempo de parada en la estación e (1, cuando el tiempo que lleva el vehículo detenido en la estación es mayor al nuevo tiempo de espera calculado por el modelo y el bus puede partir inmediatamente; 0, en caso contrario).

$$T_{ke} \geq \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - tl_k \quad (16)$$

$$T_{ke} \leq \alpha S_{ke} + \beta B_{ke} + Th_{ke} - tl_k + Mx_{ke} \quad (17)$$

$$T_{ke} \geq 0 \quad (18)$$

$$T_{ke} \leq M(1 - x_{ke}) \quad (19)$$

La restricción (5) se sustituye por las ecuaciones (20) a (23). Donde y_{ke} es una variable binaria la cual indica que si hay espacio disponible en el bus k para satisfacer la demanda en la estación e (1, cuando todos los pasajeros que esperan por el bus k en la estación e pueden ingresar a este; 0, en caso contrario), con M que representa un valor muy grande pero finito ($M \gg 1$).

$$S_{ke} \leq C_k - V_{ke} + B_{ke} \quad (20)$$

$$S_{ke} \geq C_k - V_{ke} + B_{ke} - My_{ke} \quad (21)$$

$$S_{ke} \leq D_{ke} \quad (22)$$

$$S_{ke} \geq D_{ke} - M(1 - y_{ke}) \quad (23)$$

3.4 Modelo de control por variación de velocidad

El modelo de control por variación de velocidad tiene como objetivo mejorar el cumplimiento de una tabla horaria. Se minimiza la diferencia entre los tiempos de llegada estimados de los vehículos en operación respecto a los tiempos de llegada calculados al inicio de la operación. Para esto se emplea información de una matriz Origen-Destino, tasas de llegada y promedio de usuarios que ascienden y descienden en cada estación. Los adelantos o retrasos respecto a los tiempos de llegada requeridos en cada estación se corrigen modificando la velocidad de los vehículos, seleccionando una de las velocidades de operación dentro de un conjunto de posibles previamente definidas. Este es una modificación del modelo no lineal presentado en (Ramirez, Soto, y Orozco 2015).

3.4.1 Notación

Al momento de solucionar el modelo, se utiliza información de la cantidad de buses en operación, su ubicación y estado (en movimiento o detenido en una estación). Para describir el estado del

sistema y optimizar las velocidades de operación se utilizan los índices, parámetros y variables registrados en la Tabla 4.

Tabla 4 Índices, conjuntos, parámetros y variables de decisión del modelo de control por variación de velocidad

Descripción		
Índices y conjuntos:		
k	Índice de los buses.	$k = 1, \dots, U$
e	Índice de las estaciones.	$e = 1, \dots, E$
i	Índice de la velocidad asignada para un bus.	$i = 1, \dots, I$
V	Conjunto de velocidades de operación factibles para los buses.	
Parámetros:		
E	Número de estaciones de la ruta.	
U	Número de buses en operación en el momento en que se resuelve el modelo.	
I	Número de velocidades de operación factibles para los buses.	
Tth_k	Tiempo de llegada del bus k a la siguiente estación que debe visitar, según la tabla horaria (minutos).	
T_0	Tiempo actual, momento en que se soluciona el modelo de control (minutos desde el inicio de la operación del sistema).	
W_k	Tiempo que le falta esperar al bus k , si éste se encuentra detenido en una estación al momento de solucionarse el modelo (minutos).	
D_k	Distancia entre el bus k y la próxima estación a visitar en el recorrido (metros).	
$v_{i,k}$	Velocidad i dentro del conjunto V que puede ser asignada para el bus k (metros por minuto).	
Tla_k	Tiempo de llegada del bus k a la última estación visitada.	
p	Periodo despacho de buses, tiempo entre la salida de dos vehículos consecutivos (minutos)	
λ_e	Tasa de llegada para la estación e (usuarios por minuto).	
est_k	Próxima estación que visitará el bus k , según el recorrido en la ruta.	
Variable de decisión		
$X_{i,k}$	Variable binaria que toma el valor de 1 cuando la velocidad i del conjunto V es asignada para que sea implementada por el vehículo k , hasta la siguiente iteración del modelo de control; 0, en caso contrario.	
Variables auxiliares		
Tl_k	Tiempo de llegada estimado del bus k a la siguiente estación (minutos).	
$Tesp_{e,k}$	Tiempo promedio de espera del bus k en la estación e (minutos).	

3.4.2 Formulación:

Minimizar

$$\sum_{k=1}^U |Tl_k - Tth_k| \quad (24)$$

Sujeto a:

$$Tl_k = T_0 + W_k + \sum_{i \in V} X_{i,k} \frac{D_k}{v_{i,k}} \quad \forall k \quad (25)$$

$$\sum_{i \in V} X_{i,k} = 1 \quad \forall k \quad (26)$$

$$W_k = \max(Tesp_{e,k} + Tla_k - T_0, 0) \quad \forall k, e = est_k \quad (27)$$

$$Tesp_{e,k} = p\lambda_e \quad \forall k, e = est_k \quad (28)$$

La función objetivo a minimizar en (24) es la suma de las diferencias entre el tiempo de llegada estimado de los buses a la próxima estación a visitar y el tiempo de llegada establecido por la tabla horaria del sistema. Para el cálculo de Tl_k en (25) se utiliza uno de los posibles tiempos de recorrido del bus k , dados por la división de D_k entre las varias velocidades $v_{i,k}$, la variable binaria $X_{i,k}$ permite seleccionar solo uno de estos tiempos y que su correspondiente velocidad sea implementada por el vehículo k . Al tiempo de recorrido se suma el tiempo actual de operación del sistema T_0 y un posible valor adicional W_k , por el tiempo de parada no ejecutado del vehículo k , si éste se encuentra detenido en una estación al momento de resolverse el modelo.

Mediante (26) se garantiza que solamente una de las variables binarias tome un valor de 1 y se selecciona una velocidad óptima para cada bus. En (27) se determina el tiempo de parada faltante para un vehículo si éste se encuentra detenido en una estación, se halla el máximo entre un tiempo faltante y cero, este tiempo es calculado como la suma del tiempo de espera en la estación y el tiempo de llegada a la misma, menos el tiempo actual. La comparación anterior es importante para evitar valores negativos en los tiempos. En (28) se halla el tiempo espera promedio en una estación como la multiplicación de la tasa de llegada de usuarios por el tiempo que transcurre entre las visitas sucesivas de dos vehículos, el cual se toma de la frecuencia de despacho de buses en el sistema.

3.4.3 Transformaciones para linealizar el modelo

El modelo es no lineal, su linealización se consigue mediante las siguientes sustituciones: La función objetivo (24) se reemplaza por la ecuación (29) y se adicionan las restricciones (30) y (31). Donde θ_k es una variable auxiliar que representa la diferencia en valor absoluto entre los tiempos de llegada.

$$\sum_{k=1}^U \theta_k \quad (29)$$

$$\theta_k \geq Tl_k - Tth_k \quad \forall k \quad (30)$$

$$\theta_k \geq Tth_k - Tl_k \quad \forall k \quad (31)$$

La restricción (27) se reemplaza por las ecuaciones (32) a (35). Donde Y_k es una variable binaria la cual indica que el bus k no ha cumplido con la totalidad del tiempo de parada en la estación en la cual se encuentra ($Y_k = 1$), o que el vehículo no está detenido en una estación sino que se encuentra en movimiento o a punto de salir de una estación ($Y_k = 0$). $M \gg 1$.

$$W_k \geq T_{esp_k} + T_{la_k} - T_0 \quad \forall k \quad (32)$$

$$W_k \leq T_{esp_k} + T_{la_k} - T_0 + MY_k \quad \forall k \quad (33)$$

$$W \geq 0 \quad \forall k \quad (34)$$

$$W \leq M(1 - Y_k) \quad \forall k \quad (35)$$

3.5 Simulación y diseño experimental para la validación de los modelos de control

3.5.1 Descripción de la simulación

Para probar los modelos de control por retención y variación de velocidades, se simuló la operación de la ruta 3 del sistema de transporte MEGABÚS en el software *AnylogicTM*. Ubicando la localización geográfica de las estaciones mediante las capacidades GIS de esta herramienta de simulación con *Open Street Map*. El corredor de la ruta se dibujó uniendo las estaciones entre sí mediante arcos trazados sobre los trayectos en el mapa.

En la Tabla 5 se presentan las especificaciones de la ruta simulada, la distancia y el tiempo entre estaciones a una velocidad media de 5,3 m/s. Las estaciones San Fernando y Viajero, son estaciones de doble sentido, por ellas pasan buses apenas empiezan su recorrido y también al finalizarlo (por ello en la Tabla 5 están repetidas). La Tabla 6 es un diagrama que representa las 3 rutas troncales del MEGABÚS.

Tabla 5 Especificaciones físicas de la ruta troncal 3 del SITP MEGABÚS

Orden	Estación	Distancia (Km.)	Tiempo (Min.)	Orden	Estación	Distancia (Km.)	Tiempo (Min.)
1	Intercambiador Cuba	0.79	2.79	16	Libertad	0.2	0.71
2	San Fernando	1.06	3.74	17	Viaducto	0.52	1.83
3	El Viajero	1	3.53	18	Central	0.6	2.12
4	Aeropuerto	0.3	1.06	19	Claret	0.31	1.09
5	Batallon	0.37	1.31	20	Cañarte	0.4	1.41
6	Maraya	0.62	2.19	21	Las Flores	0.35	1.23
7	Turin	0.35	1.23	22	Banderas	0.45	1.59
8	Egoya	0.39	1.38	23	Palacio de Justicia	0.38	1.34
9	Coliseo	0.28	0.99	24	Ruana	0.57	2.01
10	Ormaza	0.47	1.66	25	Maraya	0.4	1.41
11	Mercados	0.39	1.38	26	Batallon	0.27	0.95
12	El Lago	0.57	2.01	27	Aeropuerto	0.88	3.1
13	Otun	0.38	1.34	28	El Viajero	0.97	3.42
14	Victoria	0.27	0.95	29	San Fernando	0.92	3.25
15	Del Café	0.28	0.99	30	Intercambiador Cuba	14.74	52

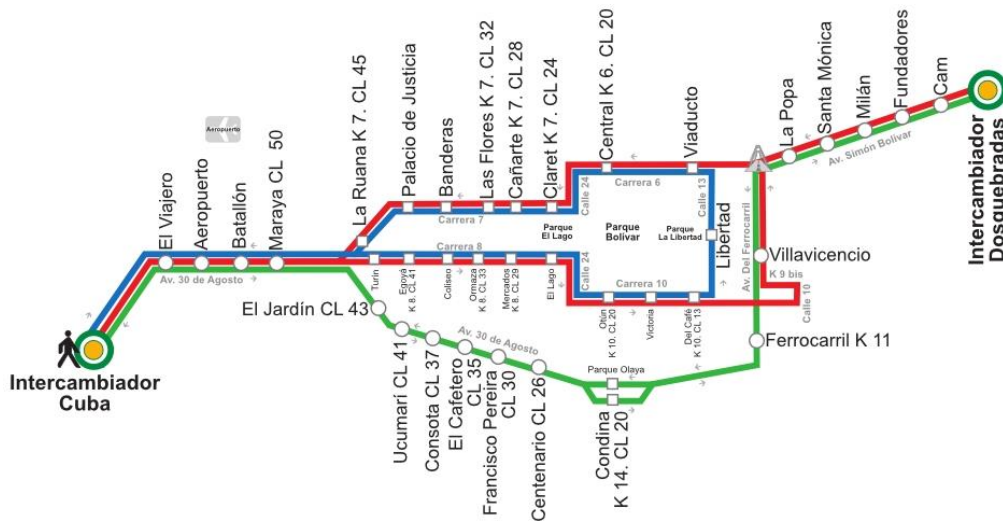


Figura 6 Mapa del sistema MEGABÚS de Pereira - Colombia. Elaboración MEGABÚS S.A.

Para la simulación, la llegada de pasajeros se asume como un proceso de *Poisson* y los tiempos entre llegadas de pasajeros sucesivos en cada estación siguen una distribución exponencial. Lo anterior es apropiado en servicios que operan a alta frecuencia y tienen una periodicidad de despacho inferior a los 12 minutos (Delgado, Munoz, y Giesen 2012). El modelo de control por *Holding* se alimenta con el número de pasajeros que ingresan en las estaciones, obtenidos mediante un generador de procesos aleatorios cuyo parámetro es una tasa de llegada de usuarios en cada estación, obtenida de una matriz O-D ya conformada (Jiménez y Soto 2016). El proceso de abordaje de pasajeros sigue una disciplina FIFO, el ingreso de pasajeros a los buses se hace al terminar el descenso y continúa hasta que se ocupe por completo la capacidad del vehículo o se de satisfacción a la demanda. Para determinar el tiempo del proceso de abordaje se tienen en cuenta solo a los pasajeros presentes en la estación en el momento de arribo del vehículo y no los que llegarían a la estación mientras el bus está detenido en ella.

Los vehículos se simulan como agentes, cada uno con sus propias variables de estado, las estaciones son puntos a los cuales deben llegar los vehículos, cada llegada es un evento que modifica el estado de las estaciones y los buses. El momento en el cual se realiza el control puede encontrar a los vehículos en una de las tres siguientes situaciones: desplazándose entre dos estaciones, detenidos en una estación (abordaje y descenso de pasajeros) o esperando en la entrada de la estación a que parta otro vehículo que la ocupa, caso que corresponde a una congestión.

Para la solución de los modelos de programación lineal mixta presentados en las secciones 3.3 y 3.4, al software AnyLogic™ (versión 7.3.6) se le integro la librería SCPSolver para JAVA (la cual utiliza el solver LPSolve). La solución obtenida se escribe en variables temporales asignadas a cada estación en el caso del modelo de *Holding* y a cada bus en operación en el modelo de variación de velocidades. Los modelos de control se resolvieron a intervalos de dos minutos, tiempo adecuado para un balance entre la frecuencia de ejecución de las acciones de control y la carga computacional.

3.6 Escenarios del experimento de simulación

La aplicación de los modelos de control se hizo en un diseño experimental, considerando tres factores: frecuencia de despacho de vehículos (media y alta), variabilidad de la demanda (media y alta) y el enfoque de la estrategia de control (Sin Control -SC, como referencia; Control *Holding*-CH) y Control por Velocidad-CV). La información de los parámetros para la simulación se presenta en la Tabla 6.

Tabla 6. Parametrización del experimento de simulación

Parámetros fijos entre corridas	Valor		
Tiempo de subida y bajada de cada usuario	3 segundos		
Duración de la simulación	180 minutos		
Capacidad de los vehículos	160 pasajeros		
Sensibilidad del <i>Bus Bunching</i>	menor a 15 segundos		
Tiempo máximo de <i>Holding</i>	30 segundos		
Variables del experimento de simulación	Niveles		
	1	2	3
Tiempo entre la salida de vehículos	3 min	5 min	
Variabilidad de la demanda	Media	Alta	
Tipo de Control	Sin control (SC)	Control <i>Holding</i> (CH)	Control por velocidades (CV)
• Velocidad de los vehículos (m/s)	5,3	5,3	3.3, 5.3, 8.3

Los tiempos de abordaje y descenso de pasajeros se fijaron en 3 segundos, esto para reflejar la obstaculización de los usuarios que esperan subir al vehículo ya que en el sistema simulado no hay diferenciación para puertas de ingreso y de salida del bus. Por simplicidad se considera que el abordaje inicia al finalizar el descenso de pasajeros. La capacidad de los buses se fijó en 160, cantidad real de la flota que opera en el MEGABÚS.

Se obtienen 4 escenarios en los que se prueban las tres alternativas de control (SC, CH y CV) para un total de 12 simulaciones. Se realizaron 30 corridas de cada simulación y cada una para tres horas de operación en el sistema. Se empleó un tiempo de calentamiento de quince minutos, tras el cual inicia la solución periódica de los modelos de control. Un periodo de calentamiento similar es utilizado en (Delgado, Munoz, y Giesen 2012) y permite analizar el impacto de la estrategia de control mediante el cambio de los índices de desempeño a partir de una operación no regulada.

En la simulación se midieron los siguientes indicadores: tiempo de apilotonamiento o congestión total (*Bus Bunching*), tiempo de espera total de los pasajeros y tiempo promedio de ciclo (finalización del recorrido). Para medir el *Bus Bunching* se considera que un vehículo entra en un estado de congestión si puede recorrer la distancia hasta el siguiente bus en 15 segundos o menos, manteniendo su velocidad de operación (ver en Tabla 6, Sensibilidad de *Bus Bunching*).

Se lleva un registro de los tiempos de llegada de los usuarios en todas las estaciones para el cálculo del tiempo de espera total. Pese a que en un sistema que opera con una alta frecuencia y este no es un criterio determinante en la satisfacción de los usuarios, si puede utilizarse como indicador de calidad en el servicio. También se lleva el registro para los tiempos de llegada de los buses a las sucesivas estaciones para posteriormente calcular las irregularidades en su operación y la información de ocupación de los buses la cual está relacionada directamente con la comodidad de los pasajeros y la adecuada prestación del servicio de transporte. En la Figura 7 Se representa la secuencia desarrollada por el modelo de simulación en un diagrama de flujo.

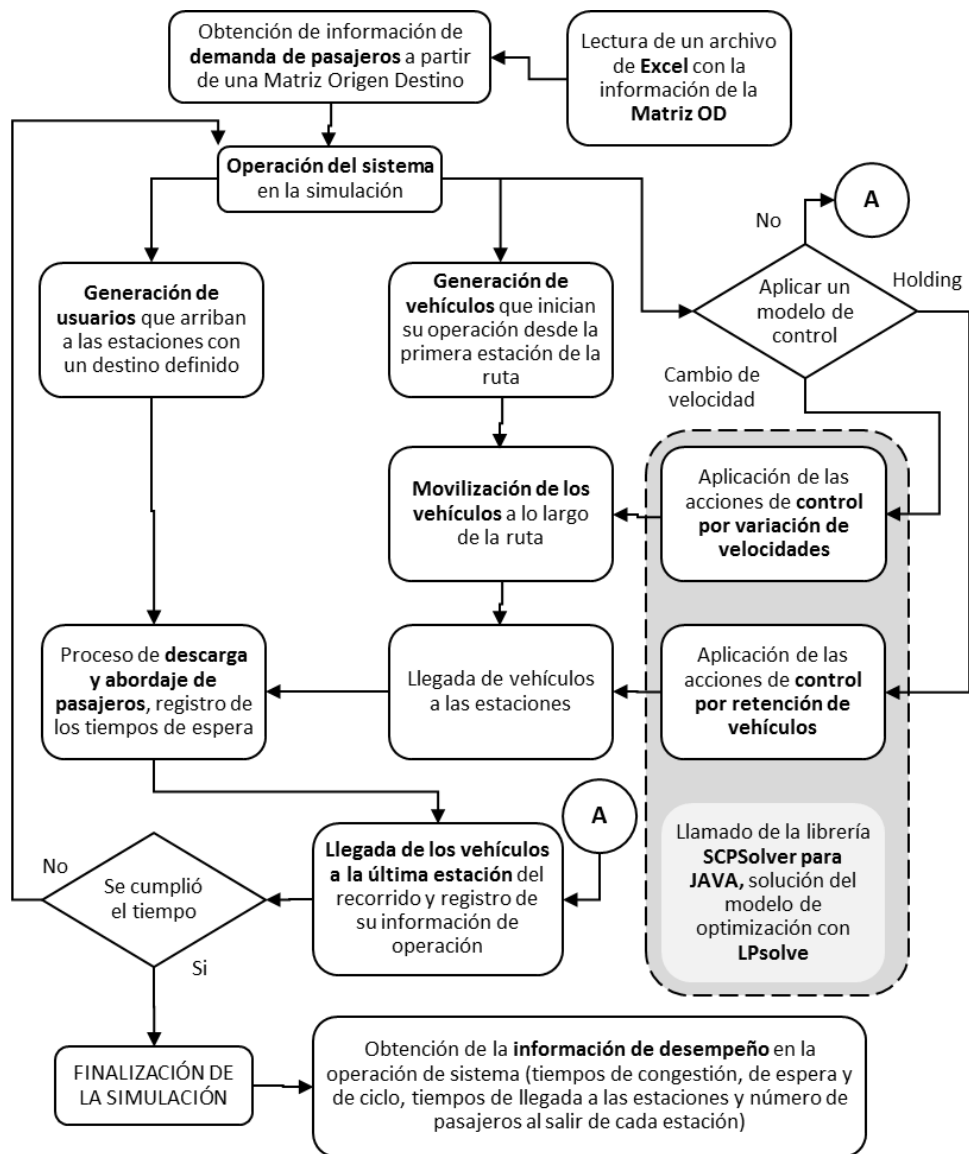


Figura 7 Diagrama de flujo para la simulación en ANYLOGIC™ con la que se obtuvo la información de desempeño de los modelos de control

3.7 Resultados del experimento de simulación

La Figura 8 muestra, a la izquierda, en los ejes horizontales la longitud del circuito (15 Km) de la ruta 3 del MEGABÚS y en los ejes verticales, el tiempo de simulación (180 minutos). En estas graficas se observa el tiempo de separación entre vehículos contiguos (cada línea corresponde a un vehículo) y la distribución de los pasajeros en los buses al salir de cada estación, esto para un escenario de demanda media con despacho cada 5 minutos. Se presentan los resultados para las tres alternativas; operación sin control, control por retención y por variación de velocidad. Esto para facilitar la comparación de su desempeño bajo las condiciones operativas impuestas en este escenario.

Si no existe ninguna estrategia de control las distancias entre vehículos no se conservan y los buses tienden a congestionarse sobre todo a partir de la mitad del recorrido (ver Figura 8, izquierda). Las líneas hacia el final del recorrido (hacia los 15 km) tienden a juntarse, estas corresponden a vehículos que no conservaron su tiempo de separación. Como consecuencia los buses podrían experimentar

una gran variación en el número de pasajeros a recoger en las estaciones, esto se observa en el lado derecho de la Figura 8.

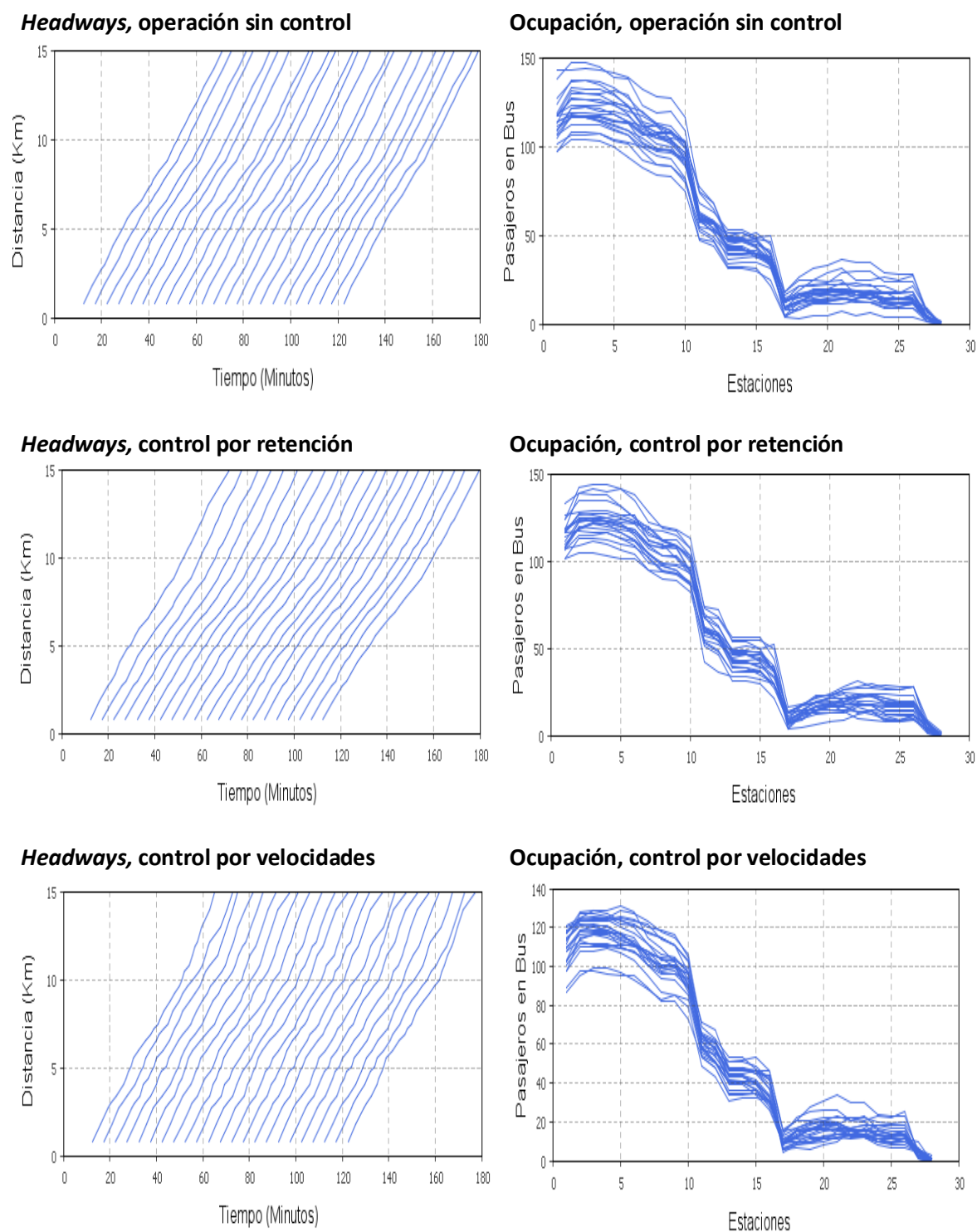


Figura 8 Comparación de resultados para el tiempo de llegada a las estaciones y la distribución de pasajeros en los vehículos (Demanda media y frecuencia de despacho cada 5 minutos)

La Figura 8, a la derecha, muestra las cargas de los vehículos (número de pasajeros, cada línea representa un vehículo que termina su recorrido) para cada una de las estaciones sucesivas a lo largo de la ruta. Se observa una mayor variabilidad de la carga de los vehículos en el escenario sin control (SC), principalmente en las primeras y últimas estaciones del recorrido. Una distribución uniforme de la carga de pasajeros en los vehículos está relacionada con la comodidad de los usuarios y adecuada utilización de la flota para prestar el servicio de transporte. En el sistema de transporte simulado, la mayor parte de los usuarios arriban a las primeras estaciones después de la estación origen, asimismo la mayor parte de los pasajeros tienen por destino aquellas estaciones hacia la mitad del recorrido, por lo tanto el impacto de la variabilidad en la operación del sistema se puede observar para la segunda mitad del trayecto.

La aplicación del modelo de control por *Holding* (CH) mostró una reducción sustancial de la congestión. Esta estrategia impide que las variaciones en la separación de los vehículos (ocasionadas por los procesos de abordaje y descenso) se perpetúen hasta ocasionar las congestiones. Se propicia la regularidad en la separación entre vehículos a lo largo de todo el recorrido y los pasajeros se distribuyen entre los buses de forma más uniforme logrando una menor variación en las cargas.

El modelo de control por variación de velocidades (CV) muestra una reducción importante de las congestiones respecto al escenario sin control SC, sin embargo su desempeño es menor que la estrategia de retención CH. En la distribución de pasajeros, se observa mayor equidad en CV que en los otros dos escenarios pero respecto a CH esta ventaja no se aprecia como una diferencia grande.

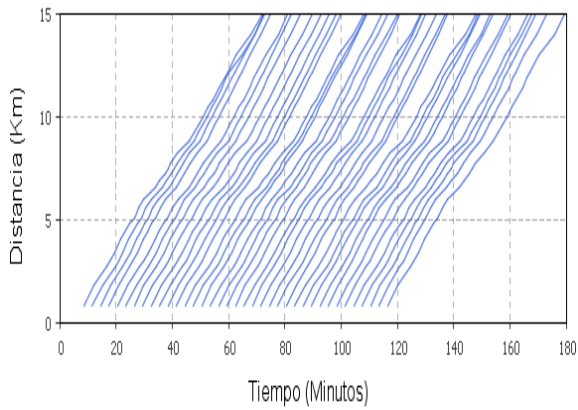
La Figura 9 muestra resultados similares y se puede interpretar de la misma forma que la Figura 8. Se observa el tiempo de separación entre vehículos contiguos y la ocupación de los buses para un escenario de demanda alta con despacho cada 3 minutos, para las tres alternativas; SC, CH y CV.

Para un escenario con una mayor demanda, en el que correspondientemente se realiza un despacho más frecuente, se presentan mayores fluctuaciones en la operación. Los vehículos que no conservan su separación y la ocupación de pasajeros es más variable; se aprecia el impacto positivo de los modelos de control. Reiteradamente el modelo de control por retención es el que mejor permite que los buses conserven una operación regular (uniformidad de la separación entre líneas) pero el control por variación de velocidades favorece una ocupación mejor distribuida. Es importante resaltar que la estrategia de cambio de velocidades permite atrasar y adelantar los vehículos, la retención únicamente los atrasa en las estaciones, lo que aumenta los tiempos de recorrido.

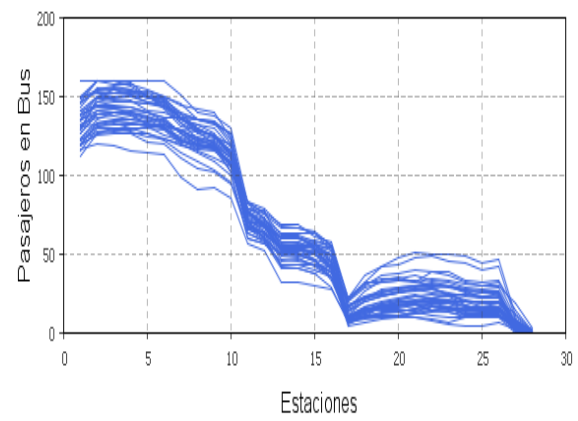
Es importante considerar, aparte del *Headway* y la ocupación, otras medidas de desempeño para la operación del sistema complementarias, tales como el tiempo de congestión entre vehículos, los tiempos de espera para los usuarios en las estaciones y los tiempos de ciclo que tardan los buses en completar su recorrido. Las visualizaciones y gráficas permiten hacerse una idea general del comportamiento del sistema ante diferentes condiciones de operación pero se requiere de métodos cuantitativos para determinar de forma objetiva la pertinencia de cada modelo de control.

Es necesario considerar también el componente estocástico en la operación, las 30 corridas de cada escenario (12 en total, variando la frecuencia de despacho, nivel de demanda y acciones de control-SC, CH y CV) pueden presentar resultados variables. La necesidad de hacer una evaluación que utilice toda la información para calcular la eficiencia de las estrategias de control justifica la aplicación de un modelo de Análisis Envolvente de Datos, apropiado para situaciones de toma de decisiones con múltiples criterios.

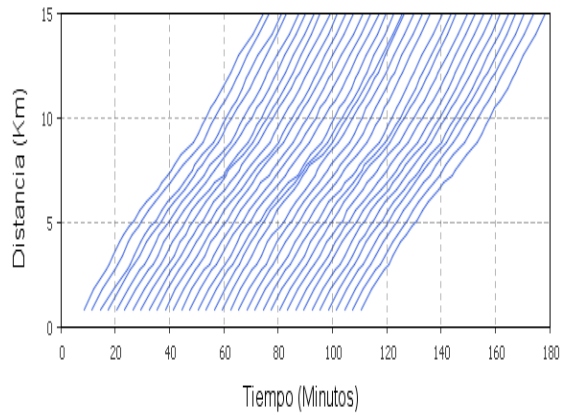
Headways, operación sin control



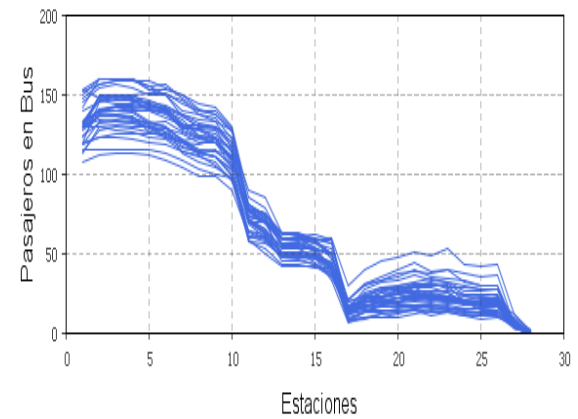
Ocupación, operación sin control



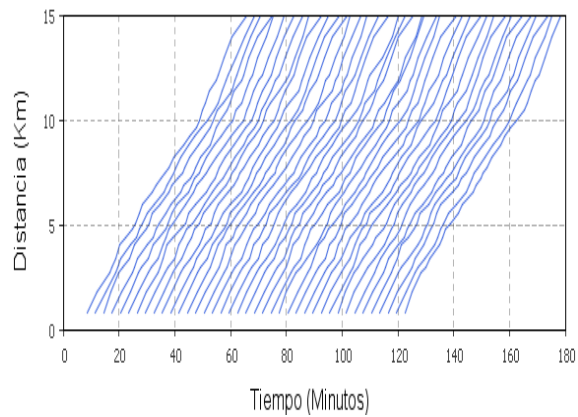
Headways, control por retención



Ocupación, control por retención



Headways, control por velocidades



Ocupación, control por velocidades

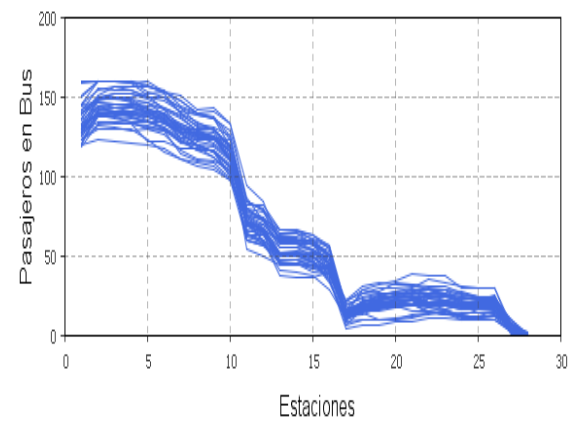


Figura 9 Comparación de resultados para el tiempo de llegada a las estaciones y la distribución de pasajeros en los vehículos (Demanda alta y frecuencia de despacho cada 3 minutos)

4 MARCO TEÓRICO

4.1 Análisis Envolvente de Datos (DEA)

Todos los negocios, operaciones y procesos son definidos por una función de transformación que agrega valor a los artículos y servicios que se producen y ofrecen. Los tomadores de decisiones deben estar interesados en evaluar como estos procesos se desempeñan y cuál es su eficiencia considerando distintos indicadores dentro de su medición. El mejorar operaciones ineficientes reduce los costos operativos e incrementa la productividad, por lo tanto una correcta y objetiva evaluación del desempeño, así como una labor de *Benchmarking* apoyan el proceso de toma de decisiones con enfoque a una mejora continua.

La evaluación del desempeño es una herramienta importante del proceso de mejora para mantener altos niveles de competitividad. Esta labor obliga a una unidad tomadora de decisiones (DMU) a evolucionar y adaptarse constantemente para mejorar respecto a su competencia. A través de la evaluación del desempeño se pueden revelar fortalezas y debilidades respecto a las condiciones operativas de cada proceso, también prepararse para cumplir los criterios y requerimientos del entorno competitivo en el cual se desenvuelve la unidad devaluada y finalmente identificar oportunidades y nuevas ideas para mejorar.

Uno de los aspectos críticos de una adecuada evaluación de desempeño consiste en considerar simultáneamente múltiples factores de una forma objetiva. Un método básico implica una suma ponderada de los puntajes en los criterios de desempeño, de lo cual surge el problema de la asignación de los ponderadores y determinar su valor para que representen la importancia de cada factor dentro de la evaluación y los intereses del conjunto de unidades analizadas.

En situaciones en las que se deba evaluar múltiples unidades tomadoras de decisiones comparando niveles de distintos criterios de desempeño, los modelos de optimización pueden ser utilizados para estimar fronteras eficientes al conocer las relaciones de estos factores. Sin embargo, sin un conocimiento previo no se puede especificar de manera objetiva los parámetros del modelo para que este compare adecuadamente a los distintos competidores en condiciones similares.

El Análisis Envolvente de Datos es una herramienta de medición de la eficiencia por programación lineal. Permite evaluar un conjunto de DMUs en competencia que convierten múltiples entradas o recursos en distintas salidas o productos. Esta definición es genérica y flexible ya que busca su aplicación en distintos tipos de procesos de transformación, siempre que se puedan medir estos aspectos de desempeño (recursos utilizados y producción final obtenida).

Las DMUs representan distintos tipos de negocios, operaciones o procesos. Cada DMU se evalúa respecto a un conjunto de múltiples medidas de desempeño clasificadas como entradas (*Inputs*) y salidas (*Outputs*). Se considera un conjunto de referencia conformado por varias DMUs, cada una con un conjunto de valores propios para las medidas de desempeño utilizadas al determinar su eficiencia. El DEA utiliza técnicas de programación lineal para identificar fronteras de eficiencia empíricas para las DMUs.

En la metodología DEA se tiene un conjunto de DMUs, identificadas por el subíndice $j = 1, \dots, n$; cada una con $i = 1, \dots, m$ entradas, representadas como X_{ij} y con $r = 1, \dots, s$ salidas, representadas como Y_{rj} . El modelo matemático busca la maximización de un puntaje de desempeño hallado como de la razón entre la suma ponderada de salidas, entre la suma ponderada de los recursos o entradas utilizadas para obtenerlos; como se expresa en (36), donde u_r y v_i son las variables de decisión, los ponderadores asignados a cada uno de los factores y X_{io} , junto con Y_{ro} representan los valores de estos factores o criterios de evaluación para la DMU bajo observación o

DMU_o, a la que se le está calculando su puntaje de eficiencia E_o . Como restricción en (37) se establece que ninguna otra de las DMUs dentro del conjunto de referencia pueda obtener un puntaje mayor al máximo, establecido como la unidad, al serle asignados los ponderadores que maximizan la eficiencia de la DMU bajo observación. El modelo debe ser resuelto n veces, para cada una de las DMUs en el conjunto. Se obtienen así los ponderadores que maximizan su eficiencia calculada respecto a una frontera conformada por sus pares.

Maximizar

$$E_o = \sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} / \sum_{i=1}^m v_i X_{io} \quad (36)$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 1 \quad \forall j \quad (37)$$

$$u_r, v_i \geq (0)\varepsilon \quad \forall r, i \quad (38)$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$$

Las restricciones en (38) implican que los valores de las variables de decisión deban ser números positivos mayores a 0 ($\varepsilon > 0$). Valores de ponderación de 0 harían que no se tuviera en cuenta el valor del criterio correspondiente dentro de la evaluación de eficiencia. El valor ε es un número arbitrariamente pequeño que garantiza no ignorar por completo la información dentro del indicador.

De esta manera los ponderadores son asignados objetivamente, utilizando no un conocimiento anterior que puede ser sesgado sino con respecto a la propia información utilizada para correr el modelo, que fue recolectada para cada una de las DMUs con el objetivo de determinar su eficiencia.

El modelo descrito por las ecuaciones (36) a (38) es no lineal, sin embargo ya que se trata de una función objetivo fraccional, la optimización se puede enfocar únicamente en maximizar el numerador dejando fijo el denominador, o por el contrario, minimizar el denominador dejando fijo el numerador. Además, la restricción no lineal en (37) puede hacerse lineal despejando la suma ponderada de salidas para posteriormente reunir los criterios de desempeño, multiplicados por sus respectivos ponderadores, a la izquierda. Los enfoques anteriores aplicados a la función objetivo en (36) dan como resultado los modelos de programación línea en la Tabla 7, que se pueden resolver por métodos convencionales como el Simplex.

La orientación a las entradas se basa en la lógica de qué tanto se deben reducir los recursos utilizados por la DMU_o para hacerla eficiente mientras que se fijan las salidas en el nivel actual. La orientación a las salidas busca determinar qué tanto deberían aumentarse las salidas para lograr la eficiencia fijando los recursos de producción en el mismo nivel. Los valores de ponderación, encontrados como las variables de decisión (u_r y v_i) en el modelo de optimización, permiten identificar cuáles son los criterios de desempeño en los que sobresale DMU_o; tanto de salidas como el nivel de entradas, en comparación con las DMUs del resto del conjunto de referencia.

Tabla 7 Modelos DEA multiplicativos

Tipo de frontera	Orientación a las entradas	Orientación a las salidas
	Maximizar	Minimizar
	$E_o = \sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} + \mu$	$1/E_o = \sum_{i=1}^m v_i X_{io} + \nu$
	Sujeto a:	Sujeto a:
	$\sum_{i=1}^m v_i X_{io} = 1$	$\sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} = 1$
	$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0, \forall j$	$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0, \forall j$
	$u_r, v_i \geq (0)\varepsilon, \forall r, i$	$u_r, v_i \geq (0)\varepsilon, \forall r, i$
	$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m;$	$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m;$
	$j = 1, \dots, n$	$j = 1, \dots, n$
CRS	Cuando $\mu = 0$	Cuando $\nu = 0$
VRS	Cuando μ es irrestricta	Cuando ν es irrestricta
NIRS	Cuando $\mu \leq 0$	Cuando $\nu \geq 0$
NDRS	Cuando $\mu \geq 0$	Cuando $\nu \leq 0$

La adición de una nueva variable, μ en el caso del modelo multiplicativo con orientación a las entradas y ν una orientación a las salidas, permite modificar la forma en la que se establece la frontera de eficiencia conformada por las DMUs eficientes ($E_j = 1$). Cuando esta variable es cero, significa que todas las unidades tienen el mismo potencial de eficiencia independientemente del nivel de entradas o salidas que manejen, lo que se denomina escala de retornos constante (*Constant Return Scale* - CRS). Una escala de retornos variable (*Variable Return Scale* - VRS) implica que a mayores niveles de entrada o a mayores niveles de salida el entorno de operación para las DMUs puede ser diferente; esta consideración dentro de modelo hace que la evaluación de eficiencia sea menos estricta y tenga menor poder discriminante (un mayor número de unidades pueden ser eficientes y conformar la frontera de referencia). NIRS y NDRS, por sus siglas en inglés, representan respectivamente una frontera con escala de retorno no incremental y una frontera no decremental. Lo anterior para reflejar de una forma más adecuada las distintas particularidades que puedan existir en el entorno de operación en el cual compiten las DMUs.

4.2 Análisis Envolvente de Datos con estructura de red (NDEA)

4.2.1 Modelos NDEA para DMUs conformadas por dos etapas

Según (Cook, Liang, y Zhu 2010), los sistemas analizados como DMUs pueden estar conformados por distintos subprocesos y por lo tanto al momento de evaluar su eficiencia es importante considerar las relaciones internas y los productos intermedios que puedan existir. Estos productos intermedios son las salidas de una etapa que pueden ser utilizadas como entradas en una etapa posterior. Al tener una naturaleza diferente, los productos intermedios necesitan ser representados de forma particular dentro de la modelación matemática del DEA. A los sistemas se les puede

clasificar mediante varias estructuras siendo éstas de dos etapas, en serie, paralelas o también de estructura mixta. A la rama del Análisis Envolvente de Datos que considera las composiciones internas de las DMUs y estructuras con flujos intermedios se denomina Análisis Envolvente de Datos en red o (*Network Data Envelopment Analysis - NDEA*). La Figura 10 muestra un diagrama de bloques para representar la estructura interna de un sistema conformado por dos etapas, donde se tienen $f = 1, \dots, g$ flujos intermedios, representados por Z_f .

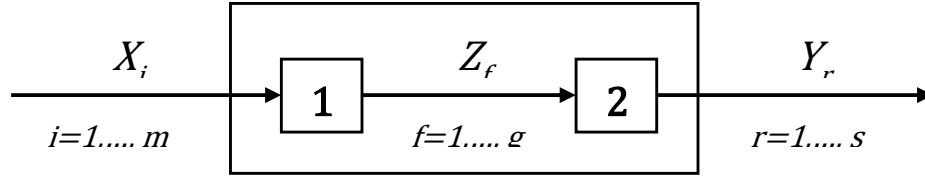


Figura 10 Estructura interna de una DMU compuesta por dos subprocesos.

El modelo matemático NDEA, con orientación a las entradas y escalas de retornos constante, que describe a las DMUs representadas por la Figura 10 se muestra en las ecuaciones (39) a (42). La función objetivo es la multiplicación de las eficiencias en ambos subprocesos, lo que da como resultado la eficiencia total del sistema ($E_o^{sist} = E_o^1 * E_o^2$). Las dos restricciones principales del modelo, (40) y (41) aseguran que ningún otro de los correspondientes subprocesos de las demás DMUs pueda tener una eficiencia mayor a uno, con los ponderadores asignados para entradas, salidas y flujos intermedios de la DMUo. Al asignar los mismos ponderadores para los Z_f cuando son utilizados como entradas por el subproceso dos luego de ser producidas como salidas en el subproceso uno, se asegura la conexión entre estas dos etapas y se logra una representación apropiada de la tecnología de producción en las DMUs.

Maximizar

$$E_o^{sist} = \left(\sum_{f=1}^g w_f Z_{fo} / \sum_{i=1}^m v_i X_{io} \right) * \left(\sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} / \sum_{f=1}^g w_f Z_{fo} \right) \quad (39)$$

Sujeto a:

$$\sum_{f=1}^g w_f Z_{fj} / \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 1 \quad \forall j \quad (40)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} / \sum_{f=1}^g w_f Z_{fj} \leq 1 \quad \forall j \quad (41)$$

$$u_r, v_i, w_f \geq (0)\varepsilon \quad \forall r, i, f \quad (42)$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; f = 1, \dots, g; j = 1, \dots, n$$

La función objetivo puede simplificarse cancelando la suma ponderada de flujos intermedios ($\sum_{f=1}^g w_f Z_{fo}$), así la eficiencia está definida únicamente por las salidas y entradas del proceso. Además, se puede aplicar el proceso de linealización para transformar el modelo de programación matemático no lineal en uno que sí lo sea. La versión lineal del modelo NDEA para sistemas de dos etapas, enfocado en las entradas y con escala de retornos constante es descrito por las ecuaciones (43) a (46).

Maximizar

$$E_o^{sist} = \sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} \quad (43)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{io} = 1$$

$$\sum_{f=1}^g w_f Z_{fj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0 \quad \forall j \quad (44)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{f=1}^g w_f Z_{fj} \leq 0 \quad \forall j \quad (45)$$

$$u_r, v_i, w_f \geq (0)\varepsilon \quad \forall r, i, f \quad (46)$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; f = 1, \dots, g; j = 1, \dots, n$$

4.2.2 Modelos NDEA de múltiples etapas.

Según (Kao 2014), para la evaluación de eficiencia de sistemas compuestos por múltiples procesos secuenciales, si se desea considerar con detalle las relaciones de los productos intermedios que comunican cada subproceso, se tiene el modelo NDEA con estructura en serie. Este modelo se puede considerar una generalización del caso más simple de dos etapas. La Figura 11 muestra un ejemplo de una estructura en serie para una DMU. Las representaciones de las relaciones entre subprocesos, entradas iniciales, salidas finales y productos intermedios, además de la posibilidad de contar con entradas y salidas intermedias que no son utilizadas por otro subproceso dota de gran flexibilidad a los modelos NDEA para representar las complejas estructuras internas de los sistemas de producción analizados.

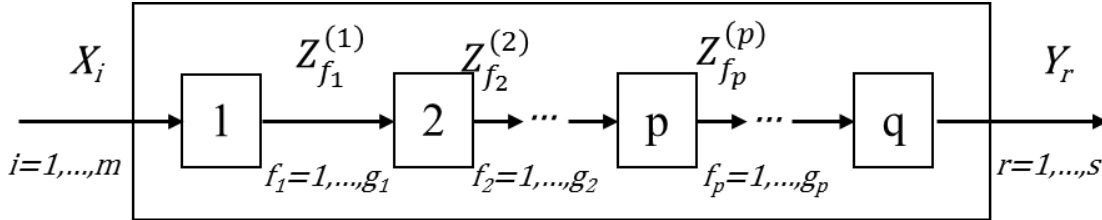


Figura 11 Estructura interna de una DMU compuesta por varios (q) subprocesos secuenciales.

Un ejemplo de aplicación para el modelo NDEA secuencial es la evaluación de cadenas de suministro, sin embargo, estos casos por lo general implican la extensión del modelo utilizando fundamentos de teoría de juegos para representar las dinámicas de toma de decisión. Considerando que cada una de las partes constituyentes en la estructura secuencial busca maximizar no su propia eficiencia particular sino la eficiencia general de todo el sistema, se puede llegar al modelo matemático expresado por las ecuaciones (47) a (52) (NDEA, orientado a entradas y con CRS), para q distintas etapas secuenciales. Donde X_{ij} y Y_{rj} representan respectivamente las entradas iniciales y salidas finales del sistema en su totalidad y $Z_{fpj}^{(p)}$ son el conjunto de productos intermedios generados por la etapa p que son completamente utilizados como recursos por la etapa posterior

$p + 1$, notando que ya que cada etapa puede ser diferentes se tiene de forma correspondiente un conjunto de recursos intermedios diferentes g_p representados por el subíndice f_p .

Maximizar

$$E_o^{sist} = \sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} \quad (47)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{io} = 1 \quad (48)$$

$$\sum_{f=1}^g w_{f_1} Z_{f_1 j}^{(1)} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0 \quad \forall j \quad (49)$$

$$\sum_{f=1}^g w_{f_p} Z_{f_p j}^{(p)} - \sum_{f=1}^g w_{f_{(p-1)}} Z_{f_{(p-1)} j}^{(p-1)} \leq 0 \quad \forall j, \quad p = 2, \dots, q-1 \quad (50)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{f=1}^g w_{f_{(q-1)}} Z_{f_{(q-1)} j}^{(q-1)} \leq 0 \quad \forall j \quad (51)$$

$$u_r, v_i, w_f \geq (0)\varepsilon \quad \forall r, i, f \quad (52)$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; f_p = 1, \dots, g_p; j = 1, \dots, n;$$

$$p = 1, \dots, q$$

4.3 Análisis Envolvente de Datos Dinámico (DDEA)

El modelo DEA dinámico o DDEA se ocupa de la medición deficiencias de un conjunto de DMUs a lo largo de un horizonte de tiempo. Se realiza la repetición de su estructura y las relaciones entre entradas y salidas en un total p de instantes de tiempo, representados por el superíndice t , que conforman el horizonte de evaluación. La estructura dinámica es un tipo de estructura en serie en el cual se tiene la misma configuración para cada periodo. Un ejemplo de una DMU dinámica se presenta en la Figura 12, dónde $X_{ij}^{(t)}$, $Y_{ij}^{(t)}$ y $Z_{ij}^{(t)}$ representan respectivamente las entradas, salidas y productos intermedios que serán utilizados en el siguiente periodo por la DMUj a lo largo de los distintos momentos.

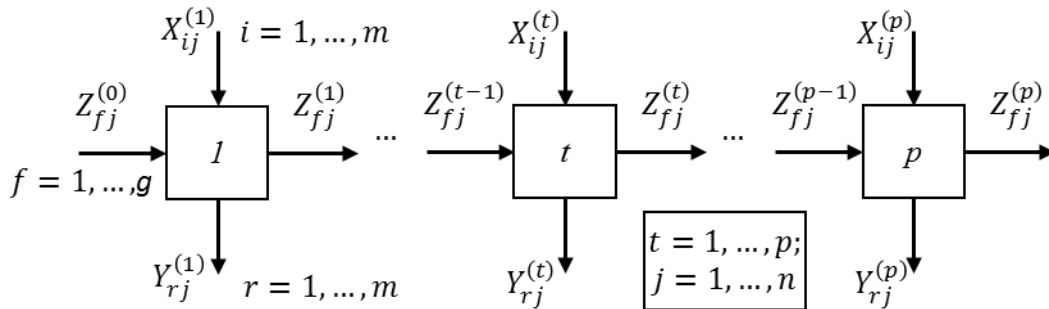


Figura 12 Sistema Dinámico con flujos que conectan varios periodos consecutivos

El modelo matemático DDEA que permite representar la estructura mostrada en la Figura 12 se presenta en las ecuaciones (53) a (57). Donde u_r , v_i y w_f denotan los ponderadores asociados a la entrada j , salida i y flujo intermedio f , respectivamente. Este modelo está orientado a las entradas, es decir, minimiza las entradas con respecto a unos niveles fijos de salidas.

Maximizar

$$E_o^{sist} = \sum_{t=1}^p \sum_{r=1}^s u_r Y_{ro}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f Z_{fo}^{(p)} \quad (53)$$

Sujeto a:

$$\sum_{t=1}^p \sum_{i=1}^m v_i X_{io}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f Z_{fo}^{(0)} = 1 \quad (54)$$

$$\left(\sum_{t=1}^p \sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f Z_{fj}^{(p)} \right) - \left(\sum_{t=1}^p \sum_{i=1}^m v_i X_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f Z_{fj}^{(0)} \right) \leq 0 \quad \forall j \quad (55)$$

$$\left(\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f Z_{fj}^{(t)} \right) - \left(\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f Z_{fj}^{(t-1)} \right) \leq 0 \quad \forall j, t \quad (56)$$

$$u_r, v_i, w_f \geq (0)\varepsilon \quad \forall r, i, f \quad (57)$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; f = 1, \dots, g; j = 1, \dots, n;$$

$$t = 1, \dots, p$$

En (53) se muestra el numerador de la función objetivo fraccional del modelo, la cual relaciona la suma ponderada de todas las salidas del sistema a lo largo de sus múltiples periodos de evaluación, sin considerar aquellas que son posteriormente utilizadas como entradas. En (54) se fija en uno el resultado de la suma ponderada de entradas en el sistema a lo largo del horizonte de evaluación para posibilitar la linealización del modelo. Con (55) se asegura que ninguna DMU del conjunto de referencia pueda tener una eficiencia mayor a la unidad con los ponderadores asignados a cada uno de los factores para maximizar la eficiencia de la DMUo. Finalmente, (56) hace que en ningún momento en el que se evalúa la eficiencia de las DMUs, éstas puedan tener un puntaje mayor a uno.

Después de obtener la solución óptima del programa lineal que maximiza la eficiencia de DMUo (u_r^*, v_i^*, w_f^*), las eficiencias para el sistema E_o^{sist} y para cada periodo de operación $E_o^{(t)}$ de las n DMUs puede ser calculado respectivamente con (58) y (59).

$$E_o^{sist} = \frac{\sum_{t=1}^p \sum_{r=1}^s u_r^* Y_{ro}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f^* Z_{fo}^{(p)}}{\sum_{t=1}^p \sum_{i=1}^m v_i^* X_{io}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f^* Z_{fo}^{(0)}} \quad (58)$$

$$E_o^{(t)} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^* Y_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f^* Z_{fj}^{(t)}}{\sum_{i=1}^m v_i^* X_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^g w_f^* Z_{fj}^{(t-1)}} \quad (59)$$

4.4 Análisis Envolvente de Datos con información difusa (FDEA)

En la aplicación de modelos DEA para evaluación de eficiencia, los conjuntos de datos provenientes de situaciones del mundo real pueden con frecuencia presentar niveles de entradas y salidas que no son valores exactos sino mediciones imprecisas (Bray, Caggiani, y Ottomanelli 2015). En estos casos se deben tratar a los factores para la evaluación como números difusos. Para reflejar la situación anterior el modelo matemático básico del DEA se puede modificar para incluir niveles de entradas y salidas expresados en rangos, generando así un puntaje de eficiencia a partir de información difusa.

Para expandir la formulación DEA y extender el modelo básico para considerar información difusa, llegando así a una de las múltiples representaciones del FDEA, se considera que los valores en la información (entradas o salidas) son números difusos triangulares positivos (*Triangular Fuzzy Numbers* - TFNs). Un TFN \tilde{A} , denotado por (a^L, a^M, a^R) , es definido por una función de membresía $\mu_{\tilde{A}}$ dada por (60). Un TFN $\tilde{A} = (a^L, a^M, a^R)$ se considera positivo si $a^L > 0$.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a^L}{a^M - a^L}, & a^L \leq x < a^M \\ 1, & x = a^M \\ \frac{x - a^R}{a^M - a^R}, & a^M < x \leq a^R \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (60)$$

Si el desempeño de un conjunto homogéneo de n DMUs ($DMU_j, j = 1, \dots, n$) debe ser medido pero existe incertidumbre respecto a los niveles de entradas y salidas, entonces el proceso de producción está caracterizado por m entradas difusas que a su vez permiten la producción de s salidas difusas, que pueden ser representadas respectivamente por \tilde{X}_{ij} y \tilde{Y}_{rj} ($i = 1, \dots, m; r = 1, \dots, s$). La eficiencia difusa para cada DMU puede ser evaluada mediante el modelo FDEA en (61).

$$\text{Maximizar} \quad (61)$$

$$\tilde{E}_o = \sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{ro}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{io} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ij} &\leq 0 & \forall j \\ u_r, v_i &\geq (0)\varepsilon & \forall r, i \\ r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Si se considera que todas las entradas y salidas difusas son TFNs, entonces el modelo matemático puede ser escrito de la forma expresada por (62).

Maximizar

(62)

$$\tilde{E}_o = \sum_{r=1}^s u_r(Y_{ro}^L, Y_{ro}^M, Y_{ro}^R)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i(X_{ro}^L, X_{ro}^M, X_{ro}^R) = (1,1,1)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r(Y_{rj}^L, Y_{rj}^M, Y_{rj}^R) - \sum_{i=1}^m v_i(X_{rj}^L, X_{rj}^M, X_{rj}^R) \leq (0,0,0) \quad \forall j$$

$$u_r, v_i \geq (0)\varepsilon \quad \forall r, i$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$$

La metodología para resolver el modelo de programación matemática FDEA en (62) involucra el concepto de cortes Alfa (*Alpha-cut*) y sustitución de variables. Un corte Alfa de un TFN $\tilde{A} = (a^L, a^M, a^R)$ es definido como $\tilde{A}(\alpha) = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$, donde $\alpha \in [0,1]$. Por lo tanto se puede obtener un rango establecido por unos límites inferior (*lower*) A_α^l y superior (*upper*) A_α^u para cada valor entre 0 y 1 de α . Cada corete de Alfa es un intervalo denotado por $\tilde{A}(\alpha) = [A_\alpha^l, A_\alpha^u]$, para el caso particular de $\tilde{A}(0) = [a^L, a^R]$ y para $\tilde{A}(1) = [a^M, a^M]$ que puede ser considerado como un número exacto. La Figura 13 muestra una representación gráfica de un TFN con cortes Alfa y el procedimiento para calcular los límites del intervalo asociado a cada nivel de Alfa.

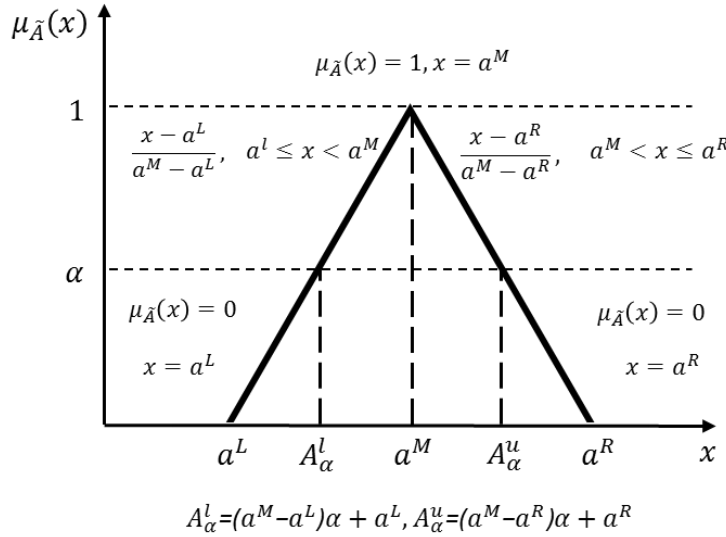


Figura 13 Cortes Alfa en un número difuso triangular

Para llegar a una expresión lineal del modelo (62) se introducen los cortes Alfa en la función objetivo y las restricciones, obteniendo el modelo paramétrico (63); los coeficientes son intervalos por lo que se puede aplicar una sustitución de variables considerando a \hat{X}_{ij} y \hat{Y}_{ij} , como se muestra en (64) y (65).

Maximizar (63)

$$\tilde{E}_o^\alpha = \sum_{r=1}^s u_r [\alpha Y_{ro}^M + (1 - \alpha) Y_{ro}^L, \alpha Y_{ro}^M + (1 - \alpha) Y_{ro}^R]$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i [\alpha X_{io}^M + (1 - \alpha) X_{io}^L, \alpha X_{io}^M + (1 - \alpha) X_{io}^R] &= (1, 1) \\ \sum_{r=1}^s u_r [\alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^L, \alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^R] & \quad \forall j \\ - \sum_{i=1}^m v_i [\alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^L, \alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^R] &\leq (0, 0) \\ u_r, v_i &\geq (0) \varepsilon \quad \forall r, i \\ r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\hat{X}_{ij} \in [\alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^L, \alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^R] \quad \forall i, j \quad (64)$$

$$\hat{Y}_{ij} \in [\alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^L, \alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^R] \quad \forall r, j \quad (65)$$

Se obtiene entonces el modelo de programación matemática no lineal descrito en (66) ya que tanto el valor del ponderador como el valor del criterio de evaluación son variables de decisión ($v_i \hat{X}_{ij}$ y $u_r \hat{Y}_{ij}$ son una multiplicación de variables). Sin embargo, este modelo puede ser transformado en uno de programación lineal aplicando una nueva sustitución, se considera entonces las nuevas variables $\bar{X}_{ij} = v_i \hat{X}_{ij}$ y $\bar{Y}_{rj} = u_r \hat{Y}_{ij}$.

Maximizar (66)

$$\tilde{E}_o^\alpha = \sum_{r=1}^s u_r \hat{Y}_{io}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i \hat{X}_{io} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r \hat{Y}_{ij} - \sum_{i=1}^m v_i \hat{X}_{ij} &\leq 0 \quad \forall j \\ \alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^L &\leq \hat{X}_{ij} \leq \alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^R \quad \forall i, j \\ \alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^L &\leq \hat{Y}_{ij} \leq \alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^R \quad \forall r, j \\ u_r, v_i &\geq (0) \varepsilon \quad \forall r, i \\ r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Después de la sustitución de variables el modelo de FDEA lineal, con orientación a las entradas y escala de retornos constante se muestra en (67). Este modelo es un problema de programación paramétrica exacto, en el cual el parámetro Alfa pertenece al conjunto entre 0 a 1 ($\alpha \in [0,1]$), para cada nivel de Alfa se puede obtener una solución óptima global del modelo.

Maximizar (67)

$$\tilde{E}_o^\alpha = \sum_{r=1}^s \bar{Y}_{ro}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m \bar{X}_{io} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \bar{Y}_{rj} - \sum_{i=1}^m \bar{X}_{ij} \leq 0 \quad \forall j$$

$$(\alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^L) v_i \leq \bar{X}_{ij} \leq v_i (\alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^R) \quad \forall i, j$$

$$(\alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^L) u_r \leq \bar{Y}_{rj} \leq u_r (\alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^R) \quad \forall r, j$$

$$u_r, v_i \geq (0) \varepsilon \quad \forall r, i$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$$

4.5 Modelos DEA con factores indeseables (DEA-UF)

Al evaluar la eficiencia de un proceso de producción se puede presentar el que, tanto en entradas utilizadas como en las salidas producidas, algunos de los factores de desempeño se consideren indeseables (Sarkhosh-Sara, Tavassoli, y Heshmati 2019). Para el caso de las salidas, un factor indeseable (*Undesirable Factor* - UF) es aquella producción que tiene implicaciones negativas en el desempeño de la DMU; ejemplos de ello pueden ser los agentes contaminantes en un proceso industrial. Cualquier variable medida después del proceso de transformación en la DMU cuyo valor numérico alto implique una menor eficiencia es un UF. De forma similar para el caso de las entradas, un UF con aquellas en las un valor pequeño hacen el proceso menos eficiente. Las entradas indeseables permiten considerar más eficiente a la DMU entre mayor sea su nivel ya que se estaría consumiendo más de un recurso con connotaciones negativas, un ejemplo es el material de reciclaje, en mayor cantidad implica que se está desarrollando una mejor labor de limpieza.

En la literatura del Análisis Envolvente de Datos existen múltiples y diversas formas de abordar la existencia de UF en los datos, ya sea modificando el modelo de optimización o aplicando transformaciones en la información. Se pueden considerar tres enfoques principales:

1. Utilizar los factores indeseables de manera contraria dentro de la función de producción que determina la eficiencia. Bajo este enfoque, la suma ponderada de salidas indeseables estaría no en el numerador sino en el divisor de la función objetivo del modelo DEA. De igual forma una entrada indeseable se colocaría en el numerador. Entonces el desempeño de una DMU se caracteriza por un proceso de producción con m entradas para generar s salidas, en las cuales s_b son deseables y s_m son indeseables ($s = s_b + s_m$). El modelo DEA-UF modificado bajo este enfoque se muestra en (68), este es el caso particular que aborda salidas indeseables. Las salidas se separan en dos conjuntos, $Y = [Y_{rj}^b \ Y_{rj}^m]$ aquellas convencionales o “buenas” y las salidas indeseables o “malas” ($r = 1, \dots, s_b$ y $p = 1, \dots, s_m$). Sin embargo, es importante

resaltar que se distorsiona la naturaleza del proceso de transformación ya que el modelo no representa completamente la forma en la que son utilizados los factores.

Maximizar (68)

$$E_o = \sum_{r=1}^{s_b} u_r Y_{ro}^b / \left(\sum_{i=1}^m v_i X_{io} + \sum_{p=1}^{s_m} u_p Y_{po}^m \right)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^{s_b} u_r Y_{rj}^b / \left(\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + \sum_{p=1}^{s_m} u_p Y_{pj}^m \right) &\leq 1 & \forall j \\ u_r, v_i &\geq (0)\varepsilon & \forall r, i \\ r = 1, \dots, s_b; p = 1, \dots, s_m; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

2. Un segundo enfoque para trabajar situaciones de DEA-UF es darles una connotación negativa a las entradas y salidas indeseables dentro de la suma ponderada de los productos y recursos, como se muestra en (69). De esta forma se logra reflejar la naturaleza de los factores indeseables pero se ocasiona una distorsión en los puntajes de eficiencia, estos pueden ser negativos al evaluar a otras DMUs en el conjunto con los ponderadores encontrados para DMUo. Para evitar esta situación es necesaria la adición de restricciones que aseguren la obtención de valores de eficiencia positivos, esto limita la flexibilidad del DEA en la asignación de ponderadores.

Maximizar (69)

$$E_o = \left(\sum_{r=1}^{s_b} u_r Y_{ro}^b - \sum_{p=1}^{s_m} u_p Y_{po}^m \right) / \sum_{i=1}^m v_i X_{io}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 0 \leq \left(\sum_{r=1}^{s_b} u_r Y_{rj}^b - \sum_{p=1}^{s_m} u_p Y_{pj}^m \right) / \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} &\leq 1 & \forall j \\ u_r, v_i &\geq (0)\varepsilon & \forall r, i \\ r = 1, \dots, s_b; p = 1, \dots, s_m; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

3. Un tercer enfoque consiste en transformar la información de entrada con la que se alimenta el modelo DEA. Existen muchas alternativas para esto, una de las más frecuentemente utilizadas es una transformación lineal monótona decreciente, en (70) se expresa matemáticamente esta metodología. Al volver negativo el valor del factor se invierte su naturaleza, posteriormente se suma un valor apropiado (vector de traslación), lo suficientemente grande para que asegure el que todos los valores del factor sean positivos, una forma de calcular el vector de traslación se muestra en (71). Este enfoque posee varias ventajas: 1) es evidente su fácil aplicación; 2) esta transformación no destruye las relaciones de convexidad que existen dentro de los datos, como si lo pueden hacer otras transformaciones no lineales o la modificación de los modelos DEA; 3) el vector de traslación permite solventar un segundo problema, los factores dentro del conjunto de datos con valores de cero, una situación frecuente en DEA.

$$\bar{Y}_{pj}^m = -Y_{pj}^m + V_p > 0 \quad \forall p, j \quad (70)$$

$$V_p = \max_j \{Y_{pj}^m\} + 1 \quad \forall p \quad (71)$$

5 MODELO DEA DINÁMICO DIFUSO CON FACTORES INDESEABLES (FDDEA-UF)

5.1 Planteamiento general

En esta sección se presenta el modelo propuesto para la medición de la eficiencia de las estrategias de control implementadas en la operación de una ruta en un sistema BRT. Con el objetivo de realizar una evaluación cuantitativa, a partir de la información obtenida de la simulación del sistema en que se solucionan iterativamente los modelos de cada estrategia de control.

Para considerar la operación estocástica del sistema se tiene en cuenta, para los distintos indicadores de desempeño utilizados, la información de las 30 corridas de la simulación desarrolladas para cada escenario (DMU). El tomar simplemente los promedios de estos 30 valores sería desconocer la variabilidad que existe en la operación de la ruta, en una simulación puede presentarse poca variabilidad consecuentemente haciendo que los vehículos no se distancien respecto a una operación deseada, estos conservarían su distancias, lo que se considera un desempeño regular. En esta situación, el modelo de control aplicado podría con relativa facilidad corregir pequeñas desviaciones en la operación reduciendo los valores en cada uno de los indicadores de desempeño utilizados. Sin embargo, paralelamente en otra de las múltiples corridas de la simulación se puede obtener, para el mismo escenario, una acumulación de desviaciones en la operación ocasionando que los buses entren en estado de congestión, afectando negativamente en la distribución de los pasajeros y los tiempos de recorrido.

Para la evaluación dinámica de la eficiencia de la ruta analizada en este trabajo se tiene en cuenta los siguientes indicadores de desempeño: Tiempo de congestión, tiempo de espera de pasajeros y tiempo de ciclo. Estos indicadores se van midiendo de forma continua durante la simulación, a intervalos regulares se actualiza su valor y tienen por lo tanto una naturaleza acumulada. Dentro del Análisis Dinámico estos indicadores se utilizan como factores intermedios, la eficiencia del sistema durante un período depende de qué tanto se mantiene bajo control la operación de los vehículos manteniendo constantes los niveles en estos indicadores, su crecimiento se asocia a una disminución de la eficiencia.

Para cada periodo se tiene también en cuenta los indicadores de desviación en la operación y desviación en la ocupación de pasajeros dentro de los vehículos. Esto debido a que los buses, al terminar su recorrido y llegar nuevamente a la estación origen de la cual partieron, se considera salen del sistema y así también de la simulación. A diferencia de indicadores de desempeño globales, estos indicadores son correspondientes a cada periodo de análisis, el hecho de que los buses salgan del sistema implica que la naturaleza de estos indicadores no es acumulable y su análisis se debe realizar en el período respectivo. No tener en cuenta esto ignoraría una característica importante de la dinámica del sistema de transporte.

La Figura 14 muestra un diagrama que representa gráficamente el modelo matemático general propuesto en este trabajo. Este permite hacer un Análisis Dinámico del desempeño operativo de una ruta a través de distintos periodos, donde algunas de las salidas son puntuales para este momento de tiempo y otras afectan el desempeño del período siguiente. Se consideran además entradas para cada periodo que permiten ya sea establecer la igualdad de condiciones de

desempeño o el cambio de estas y posteriormente permitir el hacer comparaciones más apropiadas y un análisis minucioso de la eficiencia.

Dentro del modelo propuesto, la información utilizada para los factores intermedios y las salidas de cada periodo de análisis esta descrita por números difusos triangulares, con lo cual se considera la diversidad de resultados dentro de las múltiples corridas del modelo de simulación para cada escenario. La Tabla 8 resume la descripción de cada uno de los factores y demás componentes dentro del modelo matemático.

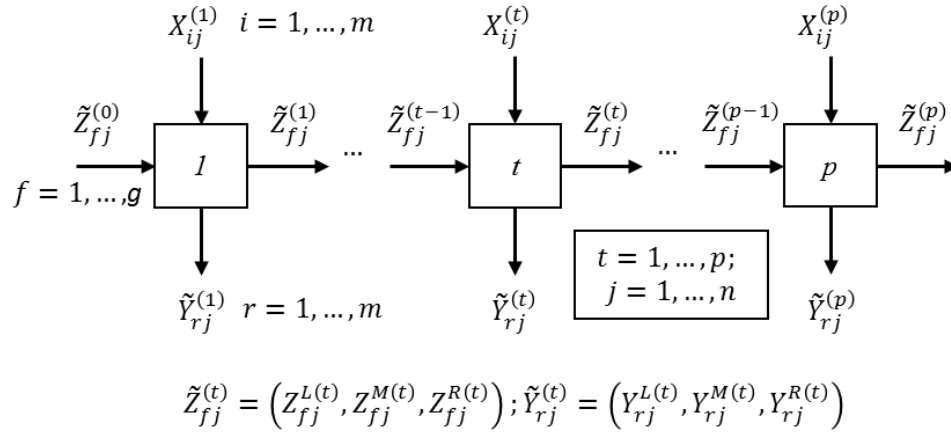


Figura 14 Representación de un sistema dinámico en el cual factores intermedios y salidas son números triangulares difusos

Tabla 8 Descripción de los índices, parámetros y variables de decisión utilizados dentro de modelo FDDEA-UF propuesto

Descripción	
Índices	
o	Representa a la DMU bajo observación, aquella a la cual se le calcula su eficiencia con la actual iteración del modelo (el modelo se soluciona para cada j, un total de n veces)
r	Productos considerados como salidas de la DMU $r = 1, \dots, s$
i	Recursos utilizados como entradas en el proceso de transformación $i = 1, \dots, m$
f	Factores intermedios utilizados tanto como salidas, para un periodo de operación de la DMU; como entradas para el siguiente $f = 1, \dots, g$
j	Distingue entre las DMUs del conjunto de referencia $j = 1, \dots, n$
t	Distingue entre los períodos de operación considerados dentro del Análisis Dinámico de la eficiencia $t = 1, \dots, p$
Parámetros:	
α	Determina la amplitud de intervalo dentro del cual se considera el valor de un factor difuso, $\alpha \in [0,1]$
$\tilde{E}_o^{sist(\alpha)}$	Eficiencia del sistema calculada a partir de información difusa para un nivel de Alfa
$X_{ij}^{(t)}$	Valor de la entrada i de la DMU j para el período de análisis t
$Y_{rj}^{L(t)}, Y_{rj}^{M(t)}, Y_{rj}^{R(t)}$	Conjunto de valores que determinan el número difuso triangular (left, medium, right) que representa la salida r de una DMU j para el período de análisis t
$Z_{fj}^{L(t)}, Z_{fj}^{M(t)}, Z_{fj}^{R(t)}$	Su interpretación es igual a la del parámetro anterior, para flujos intermedios que conectan sucesivos periodos

Descripción	
Variables de decisión	
u_r, v_i, w_f	Valores de ponderación asignados mediante la optimización del modelo. Determinar la suma ponderada de salidas en relación a entradas y la eficiencia del sistema
Variables auxiliares	
$\bar{Y}_{rj}^{(t)}, \bar{Z}_{fj}^{(t)}$	Variables adicionales necesarias para utilizar la información difusa de los factores de flujos intermedios y salidas

El modelo matemático propuesto en este trabajo está representado por las ecuaciones (72) a (78). Se utiliza la metodología de Cortes Alfa (Puri y Yadav 2014) y (Bray, Caggiani, y Ottomanelli 2015), para incluir información difusa dentro de un modelo de Análisis Envolvente de Datos Dinámico, el cual utiliza una estructura de red secuencial para analizar los distintos periodos en los que se divida la operación del sistema. El enfoque de este modelo es hacia las salidas, ya que éstas son los indicadores desempeño que se busca reducir. Cada uno de los indicadores utilizados en este trabajo tiene una connotación negativa, es decir el incremento de su valor numérico expresa una ineficiencia por parte del sistema y el desempeño de la estrategia de control utilizada bajo las distintas condiciones operativas que componen el escenario evaluado.

Minimizar

$$1/\tilde{E}_o^{sist(\alpha)} = \sum_{t=1}^p \sum_{i=1}^m v_i X_{io}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fo}^{(0)} \quad (72)$$

Sujeto a:

$$\sum_{t=1}^p \sum_{r=1}^s \bar{Y}_{ro}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fo}^{(p)} = 1 \quad (73)$$

$$\left(\sum_{t=1}^p \sum_{r=1}^s \bar{Y}_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fj}^{(p)} \right) - \left(\sum_{t=1}^p \sum_{i=1}^m v_i X_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fj}^{(0)} \right) \leq 0 \quad \forall j \quad (74)$$

$$\left(\sum_{r=1}^s \bar{Y}_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fj}^{(t)} \right) - \left(\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fj}^{(t-1)} \right) \leq 0 \quad \forall j, t \quad (75)$$

$$\left(\alpha Y_{rj}^{M(t)} + (1 - \alpha) Y_{rj}^{L(t)} \right) u_r \leq \bar{Y}_{rj}^{(t)} \leq u_r \left(\alpha Y_{rj}^{M(t)} + (1 - \alpha) Y_{rj}^{R(t)} \right) \quad \forall r, j, t \quad (76)$$

$$\left(\alpha Z_{fj}^{M(t)} + (1 - \alpha) Z_{fj}^{L(t)} \right) v_i \leq \bar{Z}_{fj}^{(t)} \leq v_i \left(\alpha Z_{fj}^{M(t)} + (1 - \alpha) Z_{fj}^{R(t)} \right) \quad \forall f, j, t \quad (77)$$

$$u_r, v_i, w_f \geq (0)\varepsilon \quad \forall r, i, f \quad (78)$$

$$r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; f = 1, \dots, g; j = 1, \dots, n;$$

$$t = 1, \dots, p$$

En la ecuación (72) la función objetivo minimiza el valor del denominador de la función fraccional original que plantea el enfoque de Análisis Envolvente de Datos (modelos multiplicativos). Dentro de esta categoría las variables de decisión son los valores de ponderación asignados a cada uno de los factores que se utilizan dentro del cálculo de la eficiencia.

La ecuación (73) denota la orientación hacia las salidas del modelo. Para el cálculo de la eficiencia del sistema se tienen en cuenta la suma ponderada de salidas para cada periodo y el valor final de los factores intermedios con el que acaba la operación el sistema. Se inicia el análisis dinámico de eficiencia desde el período 1 hasta el p .

Dentro de los modelos DEA con enfoque en las salidas, la suma de salidas ponderadas de una DMU fija en 1. El resultado de cada factor multiplicado por su valor de ponderación correspondiente es el peso sobre la calificación asignado a este criterio. Esto permite una evaluación no paramétrica, independiente de la escala numérica de los factores utilizados dentro del análisis.

La ecuación (74) restringe la asignación de ponderadores para la unidad bajo observación al hacer que ella misma y ninguna otra unidad dentro del conjunto de referencia puedan obtener una eficiencia mayor a 1.

La ecuación (75) aplica la misma restricción que en el caso anterior pero no para el sistema a nivel general sino para cada uno de los periodos del análisis dinámico.

Las ecuaciones (76) y (77) permiten incluir la información de variables difusas dentro del cálculo de eficiencia, al considerar rangos de variación dentro de límites inferior y superior determinados por los niveles de Alfa (estipulados previamente para el modelo de programación matemático paramétrico).

Finalmente, la ecuación (78) fija un valor mínimo para los valores de los ponderadores, idealmente éste debería ser 0 para darle completa libertad al modelo en la asignación y determinar la eficiencia de las DMUs. Sin embargo, para aplicaciones prácticas puede ser apropiado establecer un valor fijo pequeño para no ignorar por completo la información dentro de los factores utilizados. Esto sucede cuando la solución óptima del modelo asigna valores de cero a estos ponderadores.

Las eficiencias, tanto para el sistema como para cada uno de los periodos del análisis, para un nivel dado del parámetro Alfa se calculan respectivamente mediante las ecuaciones (79) y (80). Lo que permite no solamente comparar la eficiencia de las unidades entre sí sino también una evaluación detallada de la evolución de su eficiencia a través de los periodos del análisis.

$$\tilde{E}_o^{sist(\alpha)} = \frac{\sum_{t=1}^p \sum_{r=1}^s \bar{Y}_{ro}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fo}^{(p)}}{\sum_{t=1}^p \sum_{i=1}^m v_i X_{io}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fo}^{(0)}} \quad (79)$$

$$\tilde{E}_o^{(t)(\alpha)} = \frac{\sum_{r=1}^s \bar{Y}_{rj}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fj}^{(t)}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}^{(t)} + \sum_{f=1}^g \bar{Z}_{fj}^{(t-1)}} \quad (80)$$

Para tener en cuenta el que los indicadores utilizados como factores que determinan la eficiencia del sistema de transporte (al representar sus salidas y productos intermedios) tienen la característica de ser indeseables, se aplica una transformación a los datos. Esta metodología se expresa en las ecuaciones (81) y (82).

Los factores indeseables en Análisis Envolvente de Datos son aquellas entradas o salidas (también factores intermedios para el caso de modelos NDEA o DDEA) que tienen una característica inversa a como normalmente se contemplan estos factores en los análisis convencionales. En los modelos DEA clásicos salidas con valores numéricos de magnitud mayor implican una mayor eficiencia ya que se están obteniendo mayores productos o resultados, una salida indeseable es un resultado del proceso de transformación llevado a cabo por la DMU y sin embargo se busca su reducción para que ésta sea más eficiente.

Para utilizar la información en los indicadores de desempeño obtenidos por el modelo de simulación se invierte su valor numérico al multiplicarlo por menos 1. Posteriormente se debe utilizar un vector de traslación para que todos los valores dentro de conjunto de datos de cada indicador sea nuevamente positivos este valor es seleccionado por el tomador de decisiones o la persona que aplica el modelo. Para determinarlo de manera objetiva, en el presente trabajo se utiliza los valores Mínimo y Máximo del conjunto de datos. Si estos conforman el vector de traslación y son adicionados para cada uno de los valores se recuperará la misma escala de los valores iniciales conservando las relaciones de convexidad entre los datos.

En las ecuaciones (81) y (82) el máximo valor del conjunto es multiplicado por más de 1 (1.05) para asegurar la inexistencia de valores de cero dentro de los datos. Se tiene en consideración el valor izquierdo, medio y derecho del número difuso triangular con la información del desempeño de un escenario particular para un indicador. Esto se ve mediante el * que reemplaza este superíndice en las ecuaciones. Este es un enfoque derivado de la metodología expuesta en (70) y (71).

$$Y_{rj}^{*(t)} = -Y_{rj}^{*(t)} + 1.05 * \max_{j,t} Y_{rj}^{*(t)} + \min_{j,t} Y_{rj}^{*(t)} \quad \forall r, j, t \quad (81)$$

$$Z_{fj}^{*(t)} = -Z_{fj}^{*(t)} + 1.05 * \max_{f,t} Z_{fj}^{*(t)} + \min_{f,t} Z_{fj}^{*(t)} \quad \forall f, j, t \quad (82)$$

5.2 Caso de aplicación, información de entrada para el modelo FDDEA-UF

En esta sección se presenta y analiza la información alimentada al modelo DEA propuesto. La Figura 15 es un diagrama que representa con detalle las características de los conjuntos de datos, provenientes de los resultados para las 30 corridas en simulaciones de cada uno de los doce escenarios considerados en el análisis comparativo. Estos escenarios son el resultado de modificar los siguientes parámetros en el modelo de simulación: tipo de control implementado, frecuencia de despacho para vehículos y nivel de demanda.

La Tabla 9 muestra las interrelaciones de los criterios de variación en los escenarios, así como la codificación para facilitar su interpretación y la posterior lectura de resultados. Es necesario resaltar que para la operación convencional de una ruta de transporte, una alta demanda de pasajeros implicaría implementar una alta frecuencia de despacho de vehículos con los cuales responder ante esta demanda, sin embargo, la alta variabilidad en el sistema dificulta una respuesta en tiempo real ante esta necesidad. Por lo tanto, las estrategias de control implementadas dentro de los modelos de optimización deben hacer frente a los requerimientos de condiciones de operación desequilibradas. Por lo anterior, dentro de las condiciones de operación en las que se evalúan las estrategias de control se tienen en consideración la combinación de una frecuencia despacho alta para demandas medias y una frecuencia de despacho baja aun cuando la demanda en el sistema sea alta. La Tabla 10 muestra un resumen de cómo se utilizó la información y los indicadores de desempeño de la simulación en la evaluación por DEA difuso dinámico con factores indeseables.

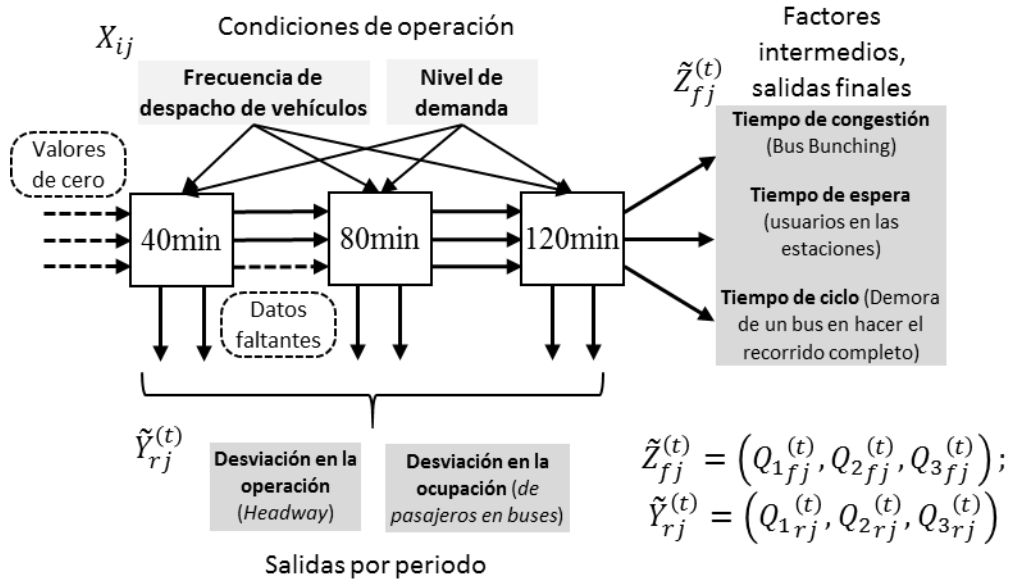


Figura 15 Visualización del detalle para la información de entrada en el modelo FDDEA-UF

Para considerar la variabilidad de la información (datos de las múltiples corridas de simulación realizadas), se establecieron números difusos triangulares (TFNs). Los TFNs están definidos por los cuartiles del conjunto de datos para los resultados de cada escenario. El valor inferior o izquierdo es el primer cuartil, el valor medio es la mediana y el valor superior o derecho es el tercer cuartil.

Pese a que utilizar la información dentro de los cuartiles descarta automáticamente la mitad de la información obtenida en el modelo de simulación, estas medidas de localización permiten tener en cuenta la distribución de los valores. Se tiene de esta forma una mayor similitud con el comportamiento del escenario simulado que si se utilizaran valores extremos en el número difuso triangular, como por ejemplo Mínimos, Máximos y promedios. Este último enfoque haría que el análisis de eficiencia se pudiera centrar únicamente en uno de los resultados de las 30 corridas que haya definido ya sea el valor mínimo o el valor máximo, lo cual no es representativo del desempeño del escenario ni permite una evaluación objetiva. Pese a que el utilizar cuartiles hace que se pierda parte de la información, son valores cercanamente relacionados con la dispersión de los datos.

Tabla 9 Codificación de los escenarios en la simulación para comparar estrategias de control

Escenario				
Control	Frecuencia	Demanda	Código	DMU
Sin control(Sc)	Alta (Fa)	Media (Dm)	FaScDm	1
		Alta (Da)	FaScDa	2
	Baja (Fb)	Media (Dm)	FbScDm	3
		Alta (Da)	FbScDa	4
Holding (Ch)	Alta (Fa)	Media (Dm)	FaChDm	5
		Alta (Da)	FaChDa	6
	Baja (Fb)	Media (Dm)	FbChDm	7
		Alta (Da)	FbChDa	8
Velocidad (Cv)	Alta (Fa)	Media (Dm)	FaCvDm	9
		Alta (Da)	FaCvDa	10
	Baja (Fb)	Media (Dm)	FbCvDm	11
		Alta (Da)	FbCvDa	12

Tabla 10 Resumen de la información de entrada para aplicar el modelo FDDEA-UF

Información de entrada del modelo	Descripción
$X_{ij}^{(t)}$	Condiciones de operación. Se modelan como recursos utilizados por el sistema de transporte en cada periodo. Para comparar el desempeño de los modelos de control, cada escenario opera a niveles fijos de despacho de vehículos y demanda de pasajeros .
$Y_{rj}^{L(t)}, Y_{rj}^{M(t)}, Y_{rj}^{R(t)}$	Respectivamente, se utilizan el cuartil 1, 2 (mediana) y 3 de la salida r , para las 30 corridas de cada escenario (DMU).
$Y_{1j}^{*(t)}$	Desviación respecto a la operación deseada en el sistema. Se calcula como el valor absoluto de la resta entre la frecuencia de despacho de vehículos y tiempo de diferencia de llegada a cada estación para buses sucesivos (<i>Headway</i>).
$Y_{2j}^{*(t)}$	Variabilidad de la ocupación de pasajeros en los buses. Se calcula promediando el número de pasajeros con los cuales salen los vehículos de cada estación, este valor es un punto de referencia a partir de cual calcular las desviaciones de la ocupación. A partir de la información de las múltiples corridas se puede obtener una varianza para los vehículos que parten de cada estación, estas se promedian.
$Z_{fj}^{L(t)}, Z_{fj}^{M(t)}, Z_{fj}^{R(t)}$	Flujos intermedios que conectan los distintos periodos de operación. Se utiliza información de indicadores de desempeño que registran continuamente la evolución del sistema y el impacto de acciones de control. Igual interpretación para los flujos f que para las salidas.
$Z_{1j}^{*(t)}$	Tiempo total de congestión registrado para los vehículos
$Z_{2j}^{*(t)}$	Tiempo total de espera para los pasajeros, transcurrido desde su arribo a una estación hasta abordar un vehículo
$Z_{3j}^{*(t)}$	Tiempo de ciclo , demora de los buses en terminar el recorrido del circuito
	(Para los tres factores anteriores se emplean los cuartiles como medidas de localización que describen la dispersión de las 30 corridas de cada escenario y para cada periodo)

La información de entrada del modelo se muestra desde la Tabla 11 a la Tabla 12. Los valores corresponden a las medidas de localización seleccionadas para definir los TFNs en la evaluación dinámica difusa. Para las dos horas de simulación de la operación del sistema se seleccionaron tres periodos de análisis, 40, 80 y 120 minutos. Tabla 11 presenta los cuartiles para cada factor intermedio por período y para los 12 escenarios.

En la Tabla 12 se presentan los cuartiles de las salidas para cada periodo; también muestra los valores de las entradas. Se utilizó la información de la frecuencia de despacho de vehículos y el nivel de demanda en el sistema. Para la frecuencia alta, sale un vehículo de la estación origen cada 3 minutos; para frecuencia baja, 1 cada 5 minutos. Los niveles de demanda medio y alto están representados respectivamente por valores numéricos 1.5 y 2, estos son un parámetro dentro de la simulación que multiplica la información leída de la Matriz Origen-Destino que caracteriza el sistema.

La Figura 16 es una visualización de la información utilizada como entrada dentro de modelo propuesto. Las longitudes de cada barra son proporcionales a la magnitud del valor del dato componente del número difuso triangular (cuartiles 1, 2 y mediana), por periodo de análisis (40, 80 y 120 minutos) y categoría de factor (flujos intermedios o salidas). Para el caso de las entradas, estas

describen las condiciones operativas del sistema (para cada uno de los escenarios), se utilizan con el propósito de hacer una comparación flexible que tenga en cuenta las circunstancias en las cuales se aplica cada estrategia de control.

Para el primer indicador, el tiempo de congestión, se observa que el escenario en el cual se presenta el peor desempeño es la combinación de una frecuencia de despacho alta junto con una demanda igualmente alta; la estrategia de control por *Holding* tiene un desempeño significativamente mejor que su alternativa por variación de velocidades y que el escenario sin control.

Para el indicador de tiempo de espera de pasajeros, se observa que el peor desempeño para los dos tipos de control y el escenario “Sin Control”, siendo este utilizado como punto de referencia, esta combinación de una frecuencia baja junto con una demanda alta. Esto ya que los pasajeros llegan a las estaciones con tasas más variables y tienen que esperar un mayor tiempo al siguiente vehículo que arribe; además, si se presenta una situación de congestión (*Bus Bunching*) los usuarios que esperan en la estación tendrán que hacerlo un mayor tiempo, hasta la llegada del siguiente vehículo (ya que el que acaba de salir se encontraba adelantado a su operación deseada).

Tabla 11 Medidas de localización para factores intermedios

Categoría	Factor	Periodo	Cuartil	Escenario											
				FaScDm	FaScDa	FbScDm	FbScDa	FaChDm	FaChDa	FbChDm	FbChDa	FaCvDm	FaCvDa	FbCvDm	FbCvDa
Flujos intermedios	T. Congestión	40	Q1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8	0.0	0.0
			Q2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.5	0.0	0.0
			Q3	0.0	0.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3.0	0.0	0.0
		80	Q1	0.0	3.9	0.0	0.0	0.0	1.2	0.0	0.0	0.7	6.7	0.0	0.0
			Q2	0.1	7.2	0.0	0.0	0.0	1.8	0.0	0.0	2.5	9.4	0.0	0.0
			Q3	4.2	12.4	0.0	0.9	0.3	2.9	0.2	0.6	4.5	11.9	0.0	0.0
		120	Q1	0.9	13.0	0.0	0.0	0.0	4.3	0.0	0.2	4.4	14.0	0.0	0.0
			Q2	6.9	19.6	0.0	2.0	0.3	5.8	0.3	1.1	6.8	17.2	0.0	0.0
			Q3	14.8	27.5	0.0	5.2	1.2	7.9	0.7	2.6	12.5	23.7	0.0	0.3
	T. Espera	40	Q1	429	617	642	1098	444	636	634	1100	432	648	624	1008
			Q2	441	653	721	1146	456	693	726	1183	448	672	725	1091
			Q3	461	690	781	1198	469	742	818	1255	462	694	772	1174
		80	Q1	1345	2062	2904	6386	1420	2143	2980	6796	1383	2126	2716	6332
			Q2	1374	2097	3450	6537	1441	2216	3584	7008	1420	2179	3556	6494
			Q3	1387	2208	4327	6853	1477	2292	4285	7402	1443	2347	4155	6735
		120	Q1	2340	3622	6480	14945	2396	3626	5988	15522	2410	3691	6520	14966
			Q2	2383	3741	8290	15610	2421	3739	7967	15939	2448	3770	7793	15458
			Q3	2435	3821	9787	15990	2458	3907	9553	16686	2470	3920	9671	15884
	T. Ciclo	40	Q1	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8
			Q2	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8
			Q3	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8	2.8
		80	Q1	5.4	9.3	9.1	10.4	7.2	11.5	10.5	8.7	2.8	7.1	7.9	9.2
			Q2	5.6	9.7	9.5	10.6	7.4	11.9	10.8	9.4	2.9	7.3	8.4	9.7
			Q3	5.8	9.9	9.8	11.1	7.9	12.4	11.5	12.1	3.0	7.4	8.8	10.0
		120	Q1	5.5	9.6	9.8	11.6	9.5	14.2	15.9	18.0	3.0	7.2	8.2	9.6
			Q2	5.8	9.8	9.9	11.7	9.8	14.4	16.2	18.4	3.0	7.3	8.4	9.8
			Q3	5.9	10.2	10.2	11.9	9.9	14.6	16.6	18.7	3.2	7.4	8.6	10.0

Tabla 12 Medidas de localización para salidas, valores fijos de entradas

Categoría	Factor	Periodo	Cuartil	Escenario											
				FaScDm	FaScDa	FbScDm	FbScDa	FaChDm	FaChDa	FbChDm	FbChDa	FaCvDm	FaCvDa	FbCvDm	FbCvDa
Salidas	Desv. Headway	40	Q1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.0	0.1	0.2	0.2	0.1
			Q2	0.3	0.4	0.5	0.4	0.3	0.4	0.9	0.6	0.6	0.7	0.9	0.6
			Q3	0.6	0.9	5.0	1.1	0.7	0.9	5.0	1.2	1.2	1.8	5.0	1.3
		80	Q1	0.2	0.3	0.3	0.3	0.1	0.3	0.5	0.5	0.3	0.3	0.4	0.3
			Q2	0.5	0.6	0.6	0.6	0.4	0.5	0.9	0.9	0.6	0.7	0.8	0.7
			Q3	0.8	1.1	1.1	1.3	0.7	0.9	1.3	1.3	1.0	1.1	1.2	1.2
		120	Q1	0.4	0.5	0.4	0.4	0.1	0.1	0.5	0.7	0.4	0.4	0.4	0.4
			Q2	0.8	1.0	1.0	1.1	0.3	0.4	0.8	1.1	0.8	0.8	0.8	0.8
			Q3	1.3	1.6	1.6	2.1	0.6	0.7	1.2	1.7	1.2	1.2	1.2	1.4
	Desv. Ocupación	40	Q1	7.8	6.2	1.6	0.0	7.6	4.9	1.8	1.1	6.9	6.1	1.6	1.1
			Q2	9.3	10.1	3.1	2.6	9.6	9.4	3.4	4.6	8.4	9.6	3.1	6.2
			Q3	10.2	11.3	4.7	5.4	10.6	10.5	4.8	6.2	9.6	11.5	4.5	12.9
		80	Q1	5.2	6.9	5.3	4.9	4.7	6.3	5.4	5.4	3.8	5.5	4.7	6.2
			Q2	6.3	8.8	6.7	6.4	6.0	7.7	6.3	7.0	5.5	7.3	5.4	18.6
			Q3	9.5	10.5	7.5	10.0	8.4	10.0	7.0	10.9	8.2	9.9	6.3	23.7
		120	Q1	2.2	2.9	3.8	3.8	1.9	2.6	2.2	3.6	2.4	2.6	2.4	23.5
			Q2	5.0	7.0	5.7	9.3	4.3	5.8	6.2	7.8	3.6	4.9	5.1	24.1
			Q3	5.9	7.9	6.9	10.6	5.5	6.9	7.5	9.6	4.2	5.9	5.9	27.4
Entradas	Frec. Despacho			0.3	0.3	0.2	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2
	Niv. Demanda			1.5	2.0	1.5	2.0	1.5	2.0	1.5	2.0	1.5	2.0	1.5	2.0

Para el indicador de tiempo de ciclo hay información faltante en el primer periodo de análisis, antes de los 40 minutos de operación en la simulación del sistema (ningún vehículo ha terminado su recorrido). Para considerar el efecto de una operación irregular en el tiempo que utilizan los vehículos para terminar de recorrer la ruta, se utiliza como referencia el tiempo de ciclo mínimo. Este se multiplica por 95% y se le resta a cada uno de los otros valores para obtener el incremento sobre el tiempo de ciclo ocasionado por desviaciones en la operación del sistema. Los datos faltantes son sustituidos por el mínimo valor dentro del conjunto para los múltiples escenarios, considerando que en el inicio de la operación se tiene un valor mínimo para este indicador (el tiempo para recorrer la distancia física de la ruta además del descenso y abordaje de pasajeros en las estaciones) y posteriormente se va aumentando al acumularse las desviaciones en la operación.

Para los demás indicadores utilizados como flujos intermedios (el tiempo de congestión y el tiempo de espera) si se tiene información para el primer periodo de análisis. Estos no se recolectan en la simulación cuando un vehículo termina su recorrido sino de forma continua a lo largo de la operación del sistema. En estos casos se utilizan, respectivamente, los tiempos de congestión existentes en el sistema para los vehículos en operación durante el período de análisis y los tiempos de espera de usuarios en las estaciones que arribaron durante ese período. En los demás periodos de análisis (80 y 120 minutos) se tiene información completa sobre estos indicadores y se utiliza sus valores finales en el tiempo para cada período.

Para los indicadores utilizados como salidas de cada periodo, las desviaciones en el *Headway* y en la ocupación, se describe el procedimiento para su obtención. Los primeros son calculados a partir de una diferencia del tiempo de llegada de los vehículos en las sucesivas estaciones a lo largo de la ruta. Estos valores son comparados respecto a la frecuencia de despacho que define la distancia deseada para la operación de los buses, calculando así las desviaciones. Este indicador maneja información diferente del tiempo de congestión ya que se obtiene a partir de un límite de tolerancia: si dos vehículos se encuentran más cerca que dicho límite se empieza a contabilizar el tiempo y posteriormente es sumado al indicador de tiempo de congestión (en la simulación, la tolerancia para el *Bus Bunching* fue de 15 segundos).

La desviación en el *Headway* recoge todas las fluctuaciones que se presenten en la operación de sistema no solamente las críticas. En este indicador se observa que las mayores diferencias se presentan en el primer período del análisis, en este los buses empiezan su recorrido y el comportamiento estocástico del sistema no se ha estabilizado por lo que puede presentar amplias variaciones, los diferentes niveles de demanda en cada estación hacen que algunos buses se atrasen o adelanten respecto a su operación deseada. En los siguientes periodos este comportamiento se equilibra. Cabe notar que existe una reducción significativa con la aplicación de ambos modelos de control, siendo la estrategia de *Holding* la más eficaz en este aspecto.

El indicador de desviación en la ocupación de pasajeros en los vehículos se calcula a partir de un promedio para el número de ocupantes que parten en los buses de cada estación y se hace una comparación de registros para cada uno de los buses simulados en las múltiples corridas de un escenario. Se promedia primero por estación y luego según los vehículos en operación, esto para cada periodo de análisis. El peor desempeño en este criterio lo presenta la estrategia de control por variación de velocidades, concretamente para condiciones de operación de baja frecuencia y alta demanda. Globalmente, este es el modelo de control que mejor desempeño muestra en este indicador particular, lo que denota la sensibilidad de esta estrategia respecto a las condiciones de operación.

La variación de velocidades busca que los vehículos cumplan con una tabla horaria preestablecida pero si no se tiene en cuenta las variaciones que puedan existir en la demanda de pasajeros (en

tiempo real), este enfoque puede incluso aumentar las desviaciones en la operación, al tratar de mantener tiempos de llegada preestablecidos ignorando la verdadera distribución de pasajeros en las estaciones y consecuentemente esto se ve reflejado en los vehículos. Cabe aclarar que ese comportamiento particular solamente se presenta para condiciones extremas y desbalanceadas, una adecuada revisión de las condiciones del sistema en una aplicación real exigiría replantear la frecuencia de despacho para vehículos y adecuarlo al nivel de demanda, así como recalcular la tabla horaria con los nuevos tiempos de llegada de los vehículos a cada estación. En otras circunstancias la estrategia de variación de velocidades permite la mejor distribución de pasajeros.

Las entradas consideradas para la aplicación del modelo DEA propuesto y que describen las condiciones de operación del sistema para comparar de una forma más adecuada a las DMUs (combinación de las tres alternativas de control con las múltiples condiciones de operación), son la frecuencia de despacho de vehículos y el nivel de demanda. No existe variación de estos parámetros a lo largo del tiempo de simulación del sistema. Un análisis más detallado podría plantear la modificación de estos parámetros para estudiar como la estrategia de control seleccionada responde ante las variaciones.

La tabla 16 muestra los resultados de aplicación del modelo DEA propuesto en esta investigación. Este se solucionó en *Microsoft Excel* con el complemento *Open Solver* (Mason 2012), en *Visual Basic* se programó el código necesario para la solución iterativa requerida por el enfoque DEA. La información está dividida en tres áreas, según el nivel de Alfa para el cual se corrió el modelo. Los resultados corresponden a cada uno de los doce escenarios (DMUs) analizados. Se presenta la eficiencia general del sistema, seguida de las eficiencias por periodo, para 40, 80 y 120 minutos de operación. Se incluye además la información de las salidas y flujos intermedios multiplicados por el ponderador asignado (solución óptima del modelo); para el caso de las salidas están diferenciadas por periodo mientras que para los flujos intermedios solo se consideran los resultados finales (al terminar las 2 horas de simulación de operación del sistema). Estos factores determinan la eficiencia global, en relación con el nivel de entradas.

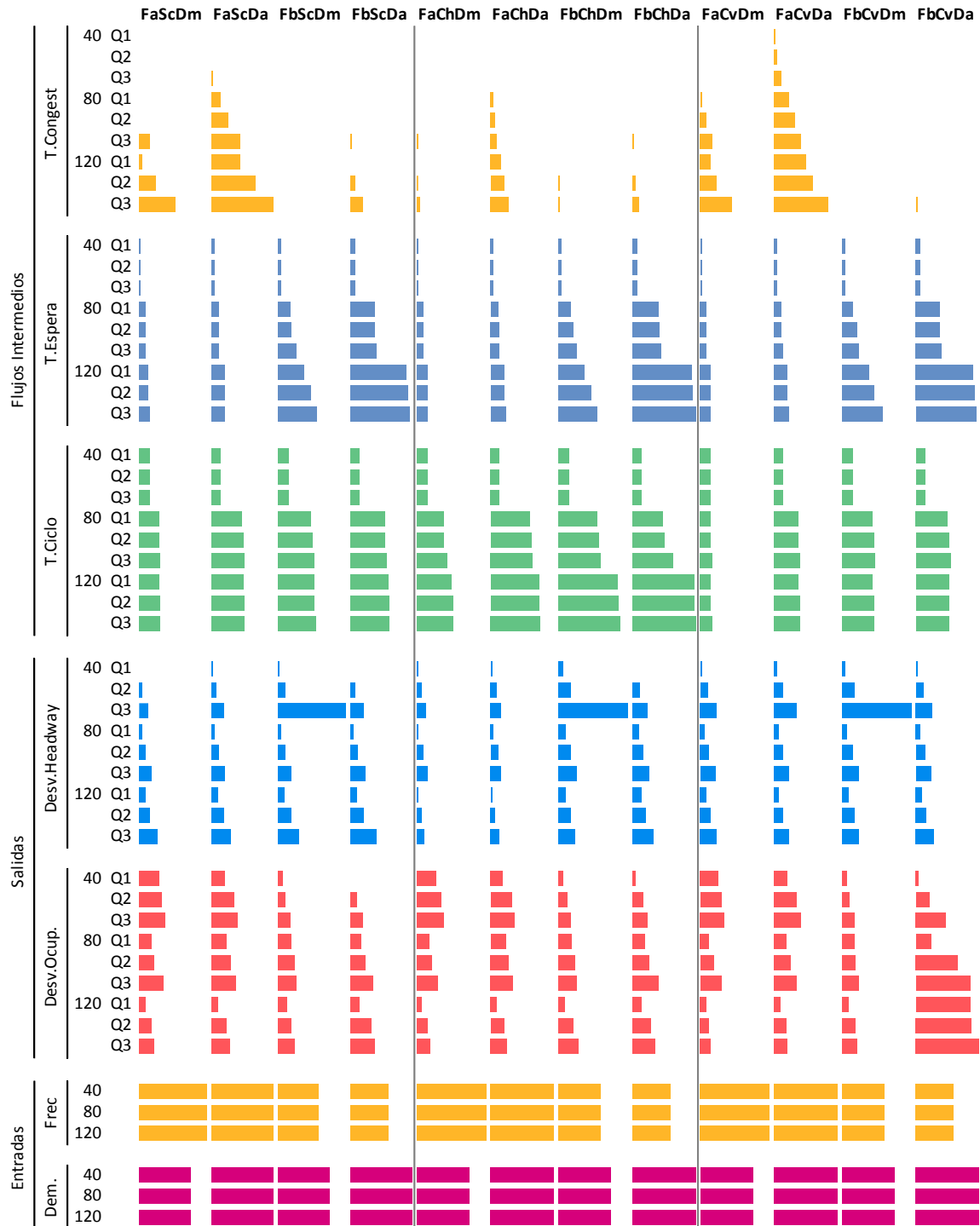


Figura 16 visualización de la información de entrada para el modelo FDDEA-UF

Tabla 13 Resultados de la aplicación del modelo FDDEA-UF

α	DMU	Escenario	Eficiencia				Desv. Headway			Desv. Ocupación			T. Congest.	T. Espera	T. Ciclo
			Sist.	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P3	P3	P3
1	1	FaScDm	0.89	0.90	0.65	0.60	0.24	0.23	0.21	0.05	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05
	2	FaScDa	0.68	0.83	0.47	0.39	0.19	0.18	0.17	0.05	0.05	0.06	0.05	0.20	0.05
	3	FbScDm	1.00	1.00	0.55	0.47	0.21	0.21	0.19	0.06	0.05	0.05	0.05	0.14	0.05
	4	FbScDa	0.84	1.00	0.48	0.30	0.24	0.23	0.20	0.07	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05
	5	FaChDm	0.91	0.89	0.63	0.62	0.23	0.22	0.23	0.05	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05
	6	FaChDa	0.74	0.83	0.47	0.44	0.18	0.18	0.18	0.05	0.05	0.06	0.05	0.20	0.05
	7	FbChDm	0.93	0.97	0.53	0.47	0.21	0.21	0.21	0.06	0.05	0.05	0.11	0.05	0.05
	8	FbChDa	0.62	0.99	0.43	0.24	0.24	0.23	0.22	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	9	FaCvDm	0.89	0.88	0.65	0.63	0.23	0.23	0.22	0.05	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05
	10	FaCvDa	0.71	0.81	0.47	0.43	0.17	0.17	0.17	0.05	0.06	0.06	0.05	0.21	0.05
	11	FbCvDm	1.00	0.99	0.55	0.53	0.05	0.05	0.05	0.16	0.14	0.15	0.30	0.05	0.05
	12	FbCvDa	0.66	0.53	0.28	0.17	0.15	0.15	0.15	0.24	0.11	0.05	0.05	0.05	0.05
0.5	1	FaScDm	1.00	1.00	0.71	0.70	0.17	0.17	0.16	0.10	0.12	0.13	0.05	0.05	0.05
	2	FaScDa	0.82	0.90	0.54	0.50	0.24	0.23	0.22	0.05	0.05	0.06	0.05	0.05	0.05
	3	FbScDm	1.00	1.00	0.51	0.45	0.05	0.05	0.05	0.21	0.18	0.18	0.05	0.19	0.05
	4	FbScDa	0.93	1.00	0.50	0.35	0.23	0.24	0.22	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	5	FaChDm	1.00	0.95	0.62	0.61	0.21	0.21	0.21	0.05	0.06	0.06	0.05	0.10	0.05
	6	FaChDa	0.87	0.91	0.54	0.53	0.23	0.23	0.23	0.05	0.05	0.06	0.05	0.05	0.05
	7	FbChDm	1.00	1.00	0.50	0.43	0.05	0.05	0.05	0.22	0.20	0.19	0.05	0.14	0.05
	8	FbChDa	0.66	1.00	0.44	0.26	0.24	0.24	0.23	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	9	FaCvDm	1.00	0.95	0.64	0.63	0.21	0.21	0.20	0.05	0.06	0.06	0.05	0.11	0.05
	10	FaCvDa	0.84	0.88	0.56	0.54	0.23	0.23	0.23	0.05	0.05	0.06	0.05	0.05	0.05
	11	FbCvDm	1.00	1.00	0.55	0.53	0.05	0.05	0.05	0.16	0.14	0.14	0.30	0.05	0.05
	12	FbCvDa	0.78	0.67	0.36	0.19	0.13	0.13	0.12	0.25	0.16	0.05	0.05	0.05	0.05
0	1	FaScDm	1.00	0.97	0.71	0.76	0.07	0.06	0.06	0.19	0.22	0.25	0.05	0.05	0.05
	2	FaScDa	0.99	0.93	0.54	0.53	0.23	0.22	0.21	0.05	0.05	0.06	0.05	0.08	0.05
	3	FbScDm	1.00	1.00	0.50	0.44	0.21	0.17	0.15	0.06	0.05	0.05	0.05	0.20	0.05
	4	FbScDa	1.00	1.00	0.49	0.38	0.05	0.05	0.05	0.24	0.23	0.24	0.05	0.05	0.05
	5	FaChDm	1.00	0.90	0.56	0.56	0.17	0.14	0.17	0.08	0.09	0.09	0.05	0.16	0.05
	6	FaChDa	1.00	0.93	0.54	0.54	0.21	0.20	0.21	0.07	0.07	0.08	0.05	0.07	0.05
	7	FbChDm	1.00	1.00	0.48	0.43	0.06	0.05	0.06	0.21	0.19	0.17	0.05	0.15	0.05
	8	FbChDa	0.71	1.00	0.44	0.29	0.22	0.24	0.24	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	9	FaCvDm	1.00	0.90	0.56	0.58	0.15	0.13	0.14	0.09	0.10	0.11	0.05	0.18	0.05
	10	FaCvDa	1.00	0.91	0.55	0.54	0.22	0.22	0.21	0.05	0.05	0.06	0.05	0.09	0.05
	11	FbCvDm	1.00	1.00	0.54	0.53	0.06	0.05	0.05	0.16	0.13	0.14	0.31	0.05	0.05
	12	FbCvDa	0.92	0.86	0.46	0.23	0.11	0.11	0.11	0.26	0.21	0.05	0.05	0.05	0.05

6 ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA LA APLICACIÓN DEL MODELO FDDEA-UF

En esta sección se analizan los resultados de la aplicación del modelo propuesto para el cálculo de la eficiencia y comparación de múltiples estrategias de control implementadas en la operación de la ruta 3 del SITP MEGABUS. Se recurre a visualizaciones de los datos mostrados en la tabla 18 para facilitar su interpretación y discusión.

La figura 17 permite comparar los puntajes de eficiencia para el sistema (para los doce escenarios) en cada uno de los tres niveles de Alfa establecidos. La disposición en cuadrícula facilita contrastar según la estrategia de control implementada y condiciones de operación (frecuencia de salida de buses y demanda de usuarios). Se observa que el escenario menos exigente, aquel en el cual se obtienen los mayores puntajes de eficiencia es la combinación de una frecuencia baja con una correspondiente demanda baja. La amplia separación entre vehículos dificulta el que las variaciones en el sistema se acumulen hasta ocasionar congestiones y el relativo bajo número de usuarios que esperan en las estaciones no ocasiona grandes variaciones en la operación de los vehículos, por lo que estas pueden ser corregidas rápidamente.

El peor comportamiento en la eficiencia se presenta cuando existe un nivel de demanda alta. La gran variabilidad de usuarios en cada estación hace que cuando ingresa un vehículo a las estaciones, los procesos de descenso y abordaje ocasionen demoras variables que afectan la operación de los vehículos. Así en el sistema se presenta *Headways* más diversos, los buses parten de cada estación antes o más tarde de lo esperado inicialmente, y las separaciones entre buses deseadas son alteradas. Se observa la necesidad de modelos de control que implementen estrategias para recuperar la regularidad en la operación.

El control por *Holding* presenta su peor desempeño, para una frecuencia baja y una demanda alta. Esta estrategia de control realiza estimaciones en tiempo real de los niveles de demanda en las estaciones, su enfoque es en mantener la separación de los vehículos en el sistema. Sin embargo, cuando la frecuencia de despacho es baja y estas separaciones son grandes (5 min.) este enfoque específico resulta contraproducente. En estas condiciones de operación los indicadores de tiempo de congestión y desviación en el *Headway* se hacen menos importantes que el de tiempo de espera de pasajeros, tiempo de ciclo y desviaciones en la ocupación. Al existir más usuarios en el sistema los indicadores afectados por este parámetro son más determinantes para la evaluación de eficiencia con DEA. Una característica de la estrategia de control por *Holding* es que únicamente se puede atrasar a los buses de manera que el indicador de tiempo de ciclo siempre se verá afectado negativamente, aunque cabe notar que este es el indicador al cual se le asignó menos importancia en la evaluación.

La figura 18 muestra el detalle de la evolución de la eficiencia para la simulación del sistema de transporte (en cada escenario considerado, periodo de análisis y nivel de Alfa). Cada periodo de análisis exhibe un puntaje diferente y hay una marcada tendencia para que este disminuye en el tiempo. El análisis considera indicadores acumulados (flujos intermedios) que se actualizan a medida que avanza el tiempo dentro de la simulación. Al inicio de la operación, cuando los vehículos apenas inician su recorrido se tiene los menores valores para estos indicadores y simultáneamente existe más holgura y amplitud para corregir el desempeño de los buses en la ruta. La eficiencia del sistema se define entonces como la capacidad para evitar que los indicadores utilizados (que en este análisis tienen una connotación negativa) incrementen su valor.

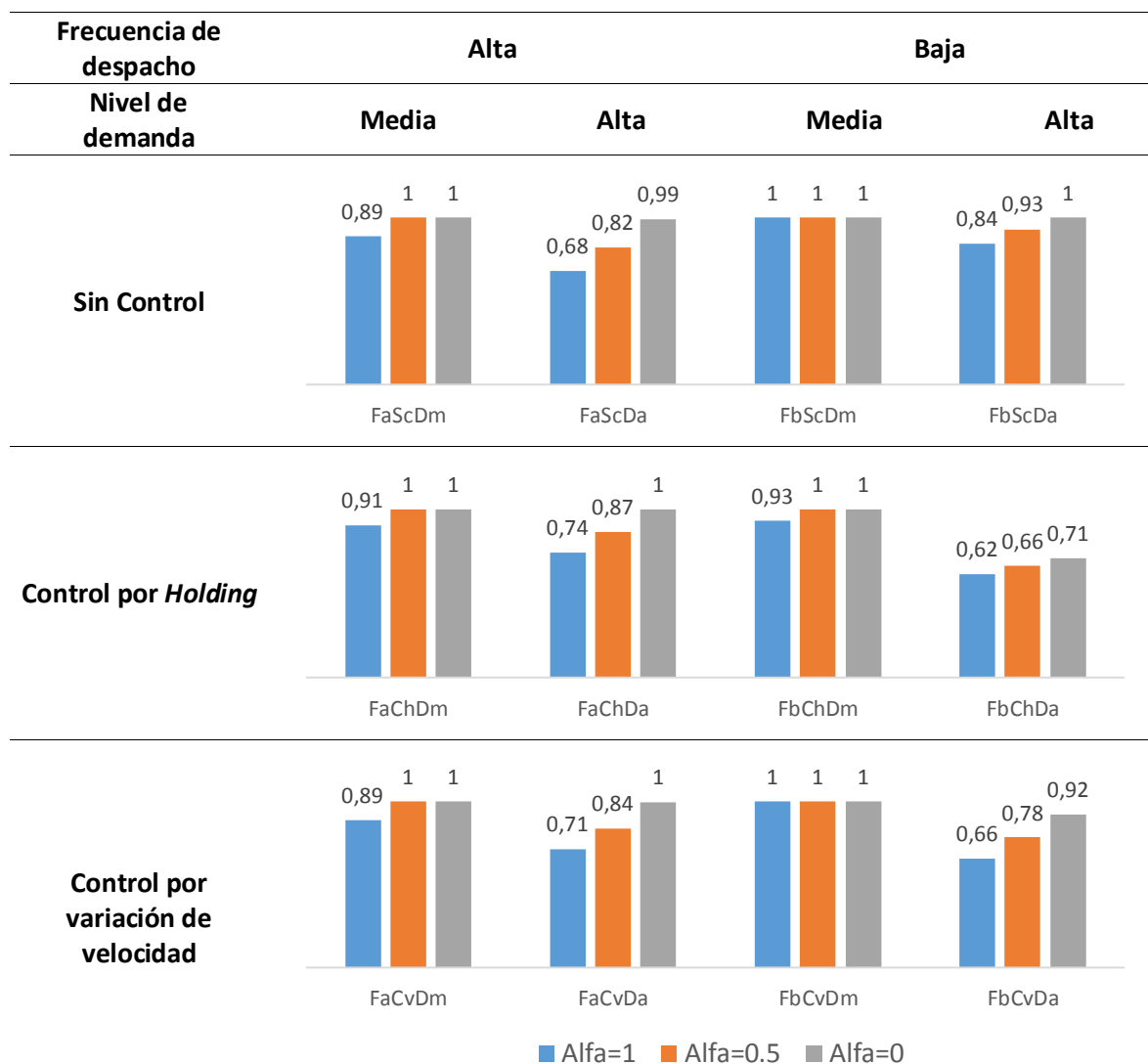


Figura 17 Comparación de las eficiencias de sistema obtenidas para los niveles de Alfa

El nivel de Alfa define la amplitud del intervalo que se considera dentro del modelo FDDEA-UF, lo cual le da más flexibilidad a una DMU para determinar sus niveles de flujos intermedios y salidas al definir su eficiencia. Consecuentemente, en intervalos más amplios (definidos por los niveles de Alfa de 0,5 y 0) los puntajes de eficiencia son mayores pero se sigue apreciando un cambio abrupto y en la mayoría de los escenarios aún más pronunciado del primer período de análisis (40 min.) a los siguientes. Para eficiencias similares en los períodos de análisis 2 y 3 (80 y 120 min.) se infiere que el sistema conserva su eficiencia y la operación es estable. En aquellos casos en los que se nota una tendencia decreciente de la eficiencia, el sistema no está controlado y las desviaciones en la operación se acumulan aumentando con mayor rapidez el valor de los indicadores de desempeño.

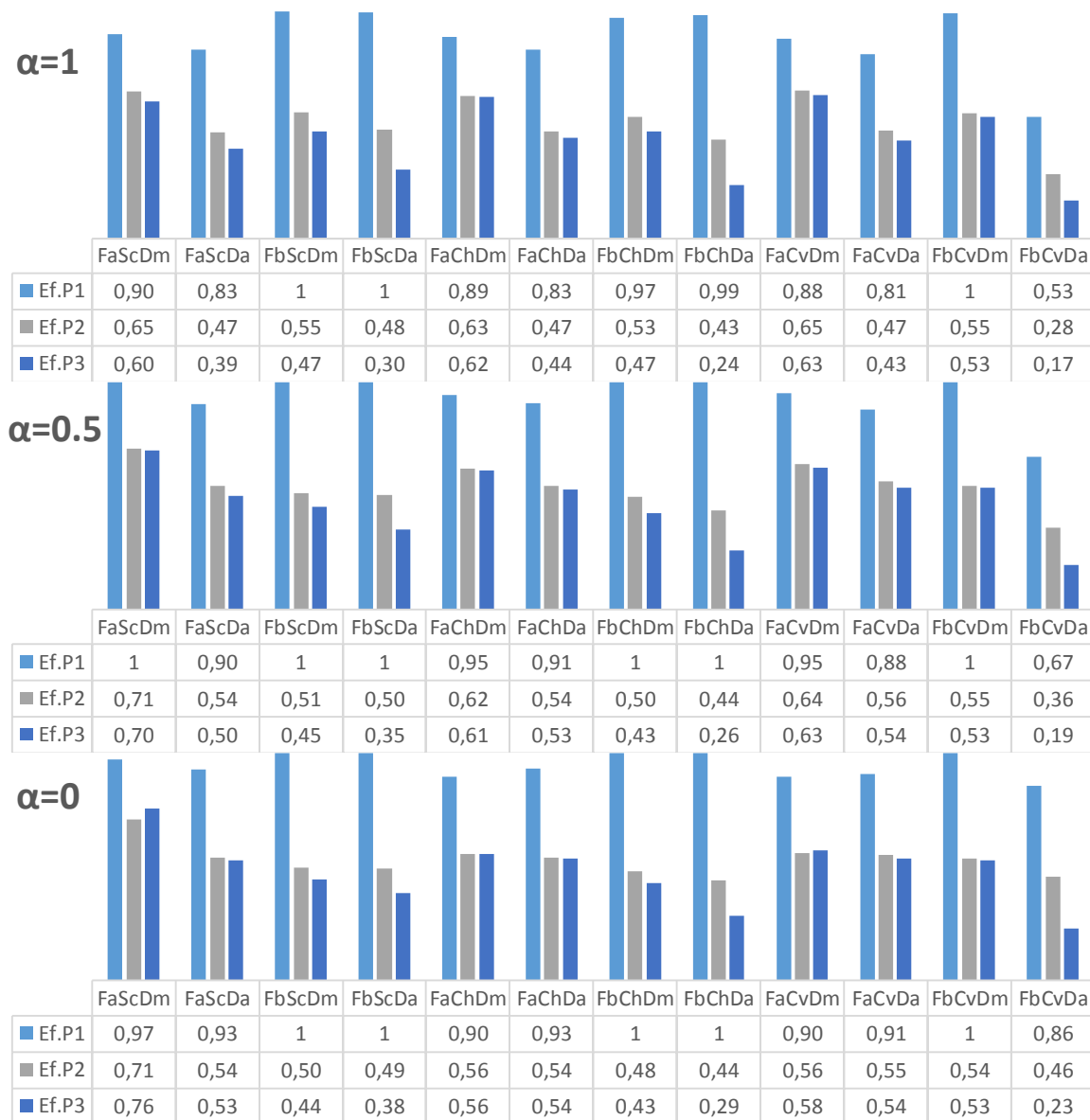


Figura 18 Comparación de las eficiencias por periodo obtenidas para los niveles de Alfa

La evaluación mediante Análisis Envolvente de Datos le permite a cada uno de los escenarios del conjunto de referencia determinar su mejor eficiencia, al utilizar en una proporción diferente la información dentro de los flujos intermedios y las salidas. Bajo este enfoque, un análisis que se limita únicamente a comparar niveles de eficiencia está desaprovechando gran parte de la información arrojada por el modelo. Se está ignorando la ventaja fundamental del enfoque DEA, en la cual cada DMU evaluada está expresando su eficiencia de forma diferente (la más conveniente), potenciando sus fortalezas y disminuyendo sus debilidades.

Un análisis con mayor detalle del cambio de la eficiencia en el tiempo se presenta en la Figura 19. Sólo se tiene en cuenta información para el nivel Alfa = 1, bajo este parámetro el modelo considera únicamente la información de la mediana (Q_2) de los datos de las 30 corridas para las simulaciones de cada escenario. Las líneas muestran el cambio de la eficiencia en la operación del sistema, para 40, 80 y 120 minutos; están clasificadas por estrategia de control y condiciones de operación. Las

pérdidas de eficiencia más pronunciadas se presentan para una frecuencia baja con demanda alta, principalmente para el control por *Holding*, sin embargo el control por variación de velocidad presenta desde el inicio una eficiencia mucho más baja que su contraparte y que incluso el escenario sin control.

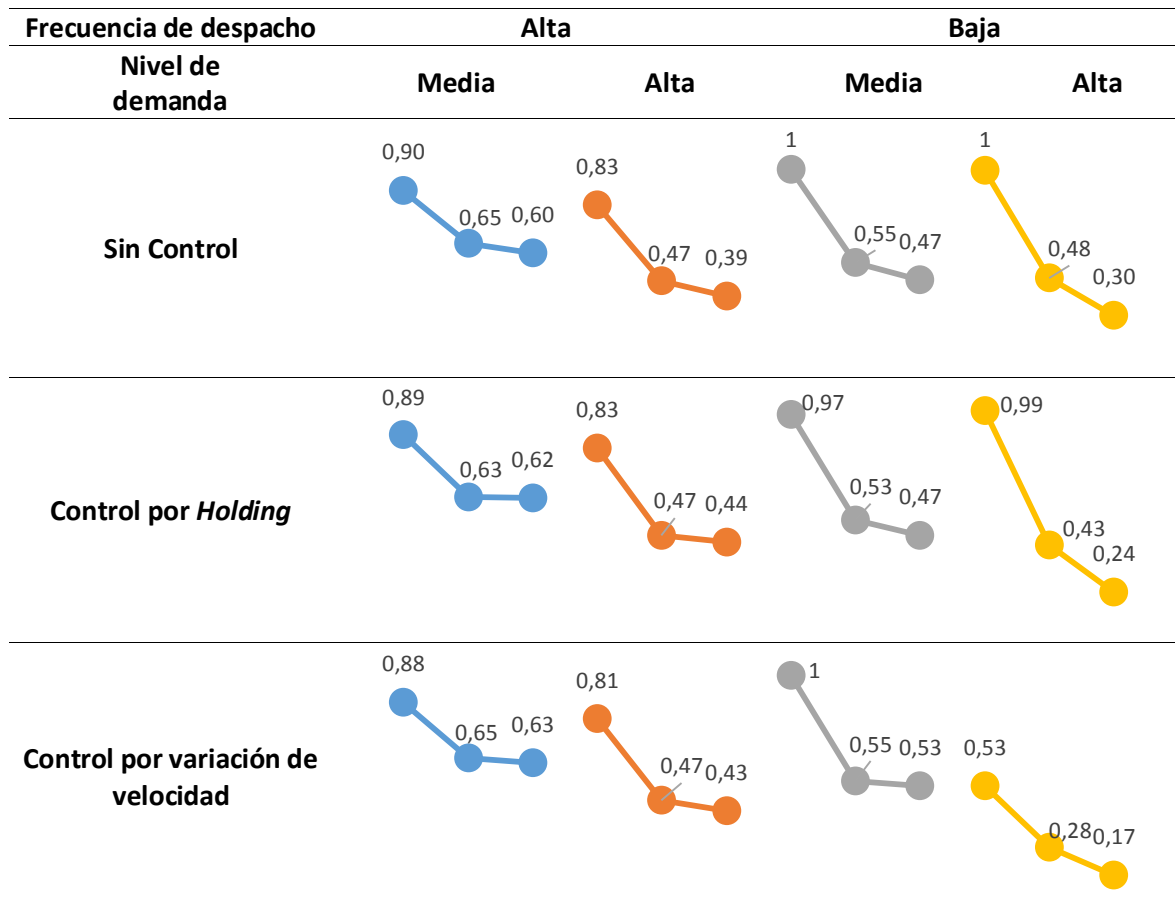


Figura 19 Comparación detallada de las eficiencias por periodo para Alfa=1

La Figura 20 muestra los diagramas de dispersión que evidencian relaciones entre la eficiencia general del sistema y las eficiencias particulares para cada uno de los tres periodos de análisis. Se observa que para el primer periodo los valores de eficiencia se concentran en la parte superior del gráfico, con excepción del control por velocidades en frecuencias bajas de despacho y demanda alta. Este tiene un comportamiento muy distinto al resto del conjunto y se ubica en la parte inferior del gráfico, con una baja eficiencia del sistema y proporcionalmente una muy baja eficiencia en el primer periodo.

Para los demás escenarios se observa una amplia distribución para el valor de eficiencia del sistema. También se presenta un comportamiento particular para el escenario en el que se usa control por *Holding* en condiciones de frecuencia baja y demanda alta, en cada uno de los periodos decrece sucesivamente su eficiencia, desde estar entre las más altas (en el período 1) a la segunda más baja (en el período 3).

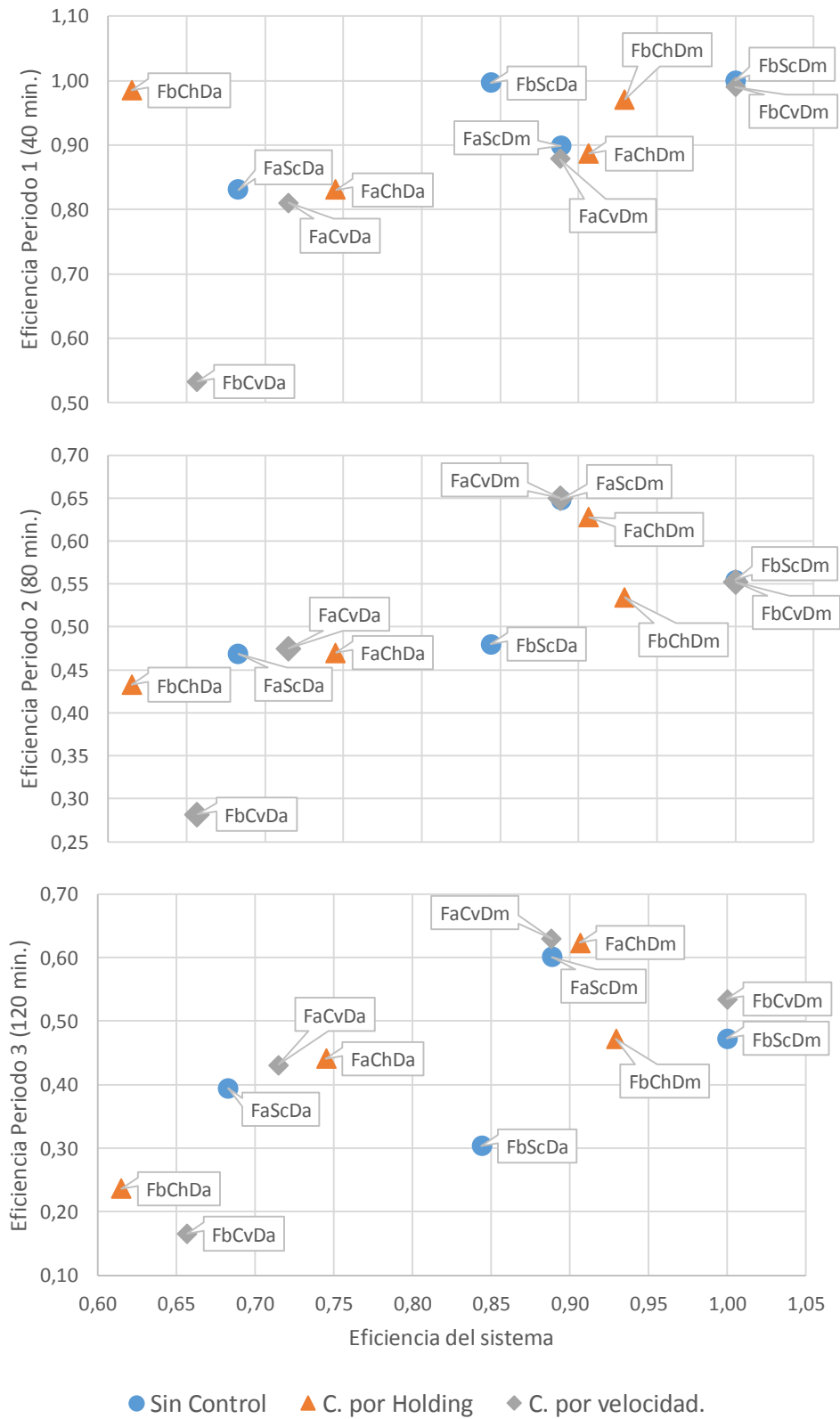


Figura 20 Gráficos de dispersión entre la eficiencia en sistema y las eficiencias por periodo para Alfa=1

La Tabla 14 muestra los coeficientes de correlación de Pearson calculados con la información de la eficiencia general del sistema y las eficiencias por periodo (considerando los tres niveles de Alfa utilizados). Se encuentra que pese a que existe una amplia diferencia entre el valor de eficiencia del sistema y las bajas eficiencias obtenidas para el segundo y tercer periodo (en todos los escenarios y niveles de Alfa), estos son los que mayor correlación tiene con la eficiencia general de sistema y son los más determinantes para el desempeño del escenario. El valor más bajo (0.33) es expresado por el período uno en relación con el tercero, estos no están conectados secuencialmente por lo que tienen menos relación entre sí.

Tabla 14 Matriz de coeficientes de correlación de Pearson, entre la eficiencia del sistema y por periodo, Alfa = {1, 0.5, 0}

	Ef. Sist	Ef.P1	Ef.P2	Ef.P3
Ef. Sist				
Ef.P1	0.49			
Ef.P2	0.60	0.46		
Ef.P3	0.63	0.33	0.94	

La Figura 21 muestra el detalle de la distribución del puntaje de eficiencia, medido como la sumatoria de los flujos intermedios y salidas, ambas multiplicadas por su respectivo valor de ponderación óptimo. Se aprecia la diferencia en cómo se expresa el mejor desempeño de cada escenario. Existe similitud entre el escenario sin control y el control por *Holding*, los cuales le asignan alta importancia al indicador de desviación del *Headway*, mientras que el control por variación de velocidades se desempeña de dos formas muy diferentes dependiendo de la frecuencia de despacho de vehículos.

Para el control por velocidades, a una frecuencia alta se le da alta importancia al valor en el criterio de desviación del *Headway*, mientras que para frecuencias de despacho bajas (en las que existe mayor separación entre los vehículos) el nivel de demanda afecta ampliamente la importancia del indicador de desviación de ocupación y de tiempo de congestión. El escenario sin control le da altas prioridades al criterio de tiempo de espera y el criterio de tiempo de ciclo no es un factor diferenciador entre los escenarios. Sin embargo, es necesario notar que dentro de la evaluación conjunta no se está midiendo por completo la información en este criterio lo que afecta negativamente la eficiencia de la estrategia de *Holding*.

Para los niveles de Alfa de 0,5 y 0, cambia ampliamente la distribución de los valores de ponderación, se le da mucha más importancia a la desviación de ocupación de pasajeros pero de forma contraria a cuando el parámetro Alfa se establece en 1, asimismo se vuelve más variable la importancia del indicador de tiempo de espera.

Es importante considerar todas estas particularidades al momento de comparar las estrategias de control ya que se puede apreciar que no solamente poseen fortalezas y debilidades sino que son altamente sensibles a las condiciones operativas en las cuales son aplicadas.



Figura 21 Comparación de salidas y flujos intermedios ponderados que maximizan la eficiencia de cada escenario

La Tabla 15 muestra los resultados de promediar el valor de salidas y recursos intermedios multiplicados por su valor de ponderación (teniendo en consideración los tres niveles de Alfa). Estos promedios consideran también para las múltiples condiciones de operación, obteniendo así un valor puntual por tipo de control implementado. Esta información se presenta en un gráfico de radar en la Figura 22, para facilitar su visualización. Estos valores dan una idea general del desempeño de cada alternativa de control para un indicador en particular, sin embargo no se debe obviar el hecho de que existen amplias variaciones dependiendo de la amplitud del intervalo definido por el nivel de Alfa seleccionado.

Tabla 15 Promedio de los factores ponderados para los tres niveles de Alfa

	Desv. Headway	Desv. Ocupación	T. Congest.	T. Espera	T. Ciclo
Sin Control	0.17	0.10	0.05	0.10	0.05
C. Holding	0.19	0.08	0.06	0.09	0.05
C. Velocidad	0.14	0.11	0.11	0.08	0.05

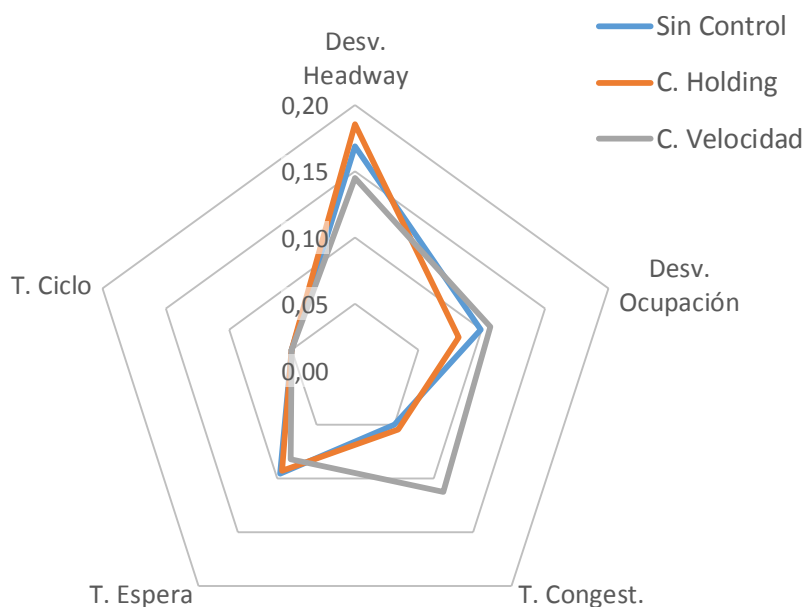


Figura 22 Gráfico de radar para la información en la tabla 20

En la Figura 22 se observa que el control por *Holding* tiene en promedio un mejor desempeño al reducir la desviación del *Headway*, es seguido de forma muy cercana por el escenario sin control y en tercer lugar por el control por variación de velocidad. Los escenarios sin control son eficientes en promedio en este aspecto a pesar de que cuando no se realiza un control no se tienen acciones que permitan recuperar la operación regular del sistema. El control por variación de velocidad también exhibe un alto desempeño en promedio, aunque no contempla este criterio dentro de su función objetivo.

El conservar las distancias entre buses determinadas por la frecuencia de despacho es un factor determinante para el nivel de calidad en el servicio de transporte en la ruta, principalmente cuando se tienen corta separaciones entre los vehículos. Bajo otras condiciones de operación, pese a que se pueden presentar fluctuaciones el sistema, su desempeño no es afectado negativamente por ellas. Así, el control por *Holding* es adecuado pero sólo en situaciones particulares de una corta separación entre buses.

En la desviación de la ocupación de pasajeros, los escenarios sin control y aquellos donde se aplica cambio de velocidad tienen desempeños similares; el menor desempeño lo muestra el control por *Holding*. Para el tiempo de congestión, el cambio de velocidades resulta ser mucho más adecuado. Para el criterio de tiempo de espera, se tienen desempeños muy similares entre las tres alternativas; así también para el tiempo de ciclo.

Los escenarios sin control, en conjunto, resultan competitivos ya que en varias de las condiciones de operación el sistema se desempeña adecuadamente incluso si no posee acciones de control. Esto ya que no se le exige el sistema recuperarse de variaciones en la operación que lo afecten críticamente. Además, la evaluación mediante Análisis Envolvente de Datos permite que estos escenarios (sin control) fluctúen la importancia relativa de los criterios de evaluación a su conveniencia.

Para la correcta interpretación de estos resultados es necesario tener en consideración que hay escenarios en los cuales puede ser indispensable la aplicación de un modelo de control para mantener el sistema operando de forma regular, sin embargo en condiciones menos exigentes el sistema puede operar adecuadamente incluso si no es regulado a través de acciones externas.

Es importante considerar que la flexibilidad en la evaluación de eficiencias del modelo FDDEA-UF, en que a cada alternativa de control se los asignados los valores de ponderación a los criterios de desempeño para maximizar su eficiencia hace que una estrategia, claramente en desventaja, como lo es el no aplicar ningún control, pueda equilibrar sus debilidades hasta estar en competencia con los dos modelos de control analizados. Es importante también tener en cuenta que mucha de la información arrojada por el modelo de simulación no se consideró dentro del presente estudio, una primera hipótesis determino qué para reflejar la forma de la distribución de datos en las 30 corridas de cada escenario a través de números difusos triangulares, los parámetros más indicados eran los cuartiles de estos datos. Implícitamente esto hace que se pierda la mitad de la información (valores extremos por fuera del rango entre cuartiles, $IQR=Q_3-Q_1$). Estos harían que los límites (izquierdo y derecho) del número difuso triangular para cada indicador fueran demasiado amplios y el modelo perdiera capacidad de discriminación. Pero los modelos de control no sólo son necesarios sino indispensables para qué sistema se recupere perturbaciones críticas en su operación, de no ser así éstas se mantienen y acumulan ocasionando comportamientos atípicos e indeseables en la operación del sistema.

Como lo muestra la Figura 23, existen amplias diferencias al considerar el total de la información para los indicadores. Se muestra la información del tiempo de congestión (mínimo, promedio y máximo) existen situaciones atípicas para los escenarios en los que si no se ejerce ningún tipo de control, particularmente con frecuencia y demanda altas, se incrementa ampliamente el tiempo de congestión. Esto debido a que las pérdidas de las separaciones entre los vehículos no se pueden recuperar y se mantienen a lo largo del recorrido hasta que terminan su operación y salen del sistema. El modelo de control por *Holding* muestra un adecuado control de este indicador ya que incluso las situaciones más drásticas encontradas en las 30 corridas están muy por debajo de sus correspondientes para las demás alternativas de control. El control por velocidad muestra un

desempeño muy favorable para frecuencias bajas pero en el caso de frecuencias altas, cuando la separación entre buses es pequeña, esta estrategia no es adecuada.

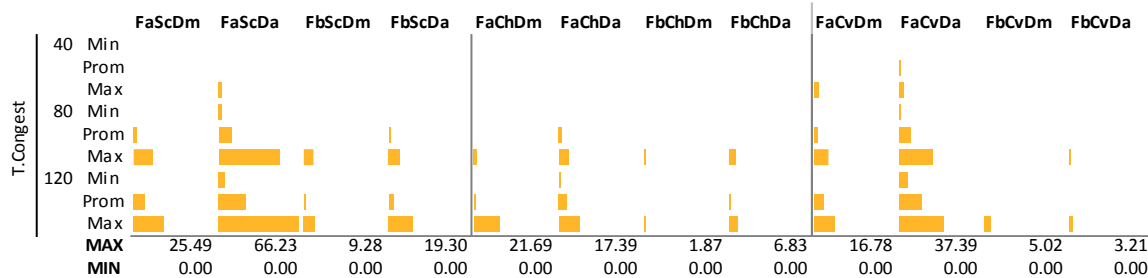


Figura 23 Medidas de localización alternativas para el indicador de tiempo de congestión

7 CONCLUSIONES

Existen muchas formas alternativas para medir el desempeño y hacer análisis detallados de eficiencia que brinden resultados importantes para procesos de mejora continua, una de estas metodologías es el Análisis Envolvente de Datos pero su aplicación como una herramienta recursiva para mejorar el desempeño de sistemas de transporte, particularmente en sistemas tipo BRT, es un área la literatura científica con relativamente pocas contribuciones.

Lo anterior es aún más evidente para estudios que no comparen el desempeño de distintos sistemas o de distintas rutas (dentro del mismo sistema) sino que su objetivo sea analizar el impacto de estrategias de control aplicadas en varias condiciones de operación para una ruta del sistema. Las estrategias de control son sensibles a su parametrización y por lo tanto una mala decisión administrativa, que conlleve una mala implementación, puede acarrear grandes sobrecostos y afectar negativamente no sólo el sistema de transporte sino también un gran número de personas que dependen de él. Por lo tanto se debe hacer un análisis minucioso que asegure los beneficios y reduzca las contraindicaciones en la aplicación de un control para el sistema y en general de cualquier estrategia de optimización (como la frecuencia de despacho de buses) buscando mejoras en la prestación del servicio de transporte.

En la presente investigación se buscó expandir los enfoques de aplicación de modelos de Análisis Envolvente de Datos, particularmente para una evaluación dinámica de la eficiencia de una ruta de transporte. Conformando así una herramienta útil dentro del proceso de gerencia y toma de decisiones en su operación. Se desarrolló una herramienta para analizar a profundidad los resultados de las múltiples simulaciones de la ruta, variando parámetros experimentales, permitiendo así comparar alternativas para mejorar la regularidad y la operación eficiente dentro del sistema para que esté preste un adecuado servicio sin conllevar sobrecostos y que se pueda asegurar su sostenibilidad a largo plazo.

Al tener en cuenta las distintas condiciones de operación y desarrollar un análisis dinámico (a lo largo de múltiples periodos) se pueden tener en cuenta distintas condiciones de operación para los vehículos en el sistema, estás en situaciones reales pueden cambiar dependiendo del momento del día o época del año. Las variaciones de múltiples condiciones en las cuales se desenvolverá el sistema de transporte lo obligan a desempeñarse de una forma capaz de responder ante fluctuaciones y corregir su propia operación.

El modelo de simulación es una herramienta de extrema utilidad para comprender los complejos efectos e interrelaciones para las condiciones de operación del sistema de transporte y los indicadores de desempeño con la información registrada de la simulación. Entonces se debe afrontar el problema del amplio nivel de detalle en la información recolectada, lo cual hace necesaria la creación de una herramienta específica diseñada para toma de decisiones con múltiples criterios. Teniendo en cuenta las varias corridas que se pueden desarrollar de un solo escenario en una simulación, el Análisis Envolvente de Datos se extendió para que fuera aplicable a la información difusa resultante por las características estocásticas del sistema simulado.

Esta investigación recurrió a un modelo de Análisis Envolvente de Datos dinámico expandido para considerar información difusa a través de números triangulares y también factores indeseables que es necesario reducir para aumentar la eficiencia de los sistemas analizados, en este caso escenarios conformados por los distintos modelos o estrategias de control que se pueden implementar dentro de la ruta de transporte junto con las diferentes condiciones de operación.

El modelo planteado permite la identificación de fortalezas y debilidades de las alternativas de control bajo distintas condiciones de operación. Se encontró que para los modelos y condiciones analizadas en el presente estudio no hay ninguno que domine completamente a los demás y que incluso una combinación de ponderadores y condiciones de operación adecuadas pudo hacer que el escenario “Sin Control” sea eficiente. La parametrización de los modelos de control es un aspecto sumamente importante, dentro del modelo de *Holding* se tiene un tiempo máximo para que los buses esperen en las estaciones, para el modelo de variación de velocidades se tiene un conjunto previamente definido de velocidades operativas que se pueden implementar; estos, dentro de muchos otros parámetros que es necesario considerar y por lo tanto las estrategias de control podrán tener un desempeño más o menos adecuado. El modelo FDDEA-UF planteado en esta investigación, junto a la simulación previa, puede utilizarse en las labores de parametrización y encontrar la mejor alternativa para aplicar dadas las condiciones de operación.

Al tener presente información detallada de múltiples criterios de desempeño resulta difícil considerar el indicador que pueda ser más determinante. El Análisis Envolvente de Datos proporciona una herramienta cuantitativa que permite determinar de forma objetiva la eficiencia modificando las importancias relativas de los indicadores de desempeño en la evaluación, utilizando la propia información disponible sin tener que depender de decisiones externas. Sin embargo, frente a esta fortaleza es importante un uso estratégico de la herramienta, que permita aprovechar adecuadamente los resultados obtenidos con las sucesivas soluciones del modelo. Para esto es necesario que sea lo suficientemente discriminante y que al momento de asignar los valores de ponderación óptimos no se ignoren algunos de los criterios de desempeño en los que el escenario analizado sea menos adecuado, esto con valores de cero en sus ponderadores.

El análisis de eficiencia de sistemas complejos es una labor exigente aún más cuando se deben tener en consideración un amplio conjunto de variables y situaciones particulares, el modelo FDDEA-UF planteado en esta investigación permite utilizar gran cantidad de información proveniente de la simulación de una de las rutas de un sistema BRT. El gran esfuerzo invertidos en la caracterización del sistema, la construcción de un modelo de simulación que lo emule adecuadamente, la formulación de modelos de optimización para el control del sistema con diferentes enfoques y su posterior aplicación en la simulación justifican el desarrollo de una herramienta que permita analizar en detalle la información resultante. Esto posibilita un mejor proceso de toma de decisiones en el sistema de transporte, aumentando el nivel de prestación del servicio y el bienestar de las personas y la sociedad a la que afecta.

8 TRABAJO FUTURO

En el desarrollo de esta investigación se encontraron varios aspectos que pueden ser abordados para expandir la pertinencia del modelo FDDEA-UF y aumentar su validez:

- Al momento de representar la información difusa en los indicadores obtenidos con las simulaciones, los números difusos triangulares utilizados son una simplificación de la distribución de los datos. Se utilizan tres medidas de localización (los cuartiles), lo que ignora gran parte de la información, por lo tanto futuras investigaciones pueden plantear la formulación de modelos con metodologías distintas a los cortes Alfa y su solución a través de intervalos para considerar la naturaleza difusa de la información.
- El modelo planteado puede tener mayor poder discriminante y utilizar la totalidad de la información arrojada por la simulación sin que esto expanda los intervalos de desempeño de un escenario. Una alternativa para es utilizar polígonos de frecuencias en lugar de TFNs que permitan detallar con fidelidad la distribución de los valores.
- Tener en consideración la variabilidad de los valores dentro del indicador ya que una menor dispersión se relaciona con una homogeneidad de resultados provenientes de un sistema que opera bajo control.
- Considerar un modelo DEA con información difusa que presente puntajes de eficiencia difusos, descritos a través de distribuciones triangulares u otro tipo de representación.
- Establecer una metodología objetiva para limitar los rangos de variación de los ponderadores a asignar mediante la solución del modelo DEA, lo que se conoce en la literatura como región de seguridad (*Assurance Region*). Esto aumentaría el poder discriminante de la evaluación de eficiencia, aunque reduciría su flexibilidad para que cada escenario exprese mejor sus fortalezas.
- El análisis dinámico de la eficiencia, desarrollado en esta investigación mediante un modelo DEA con estructura de red, se puede expandir para considerar las interrelaciones de las etapas que constituyen la prestación del servicio de transporte (generación y consumo) y de igual forma hacer la evaluación de este proceso a lo largo de distintos periodos.
- En esta investigación se consideraron únicamente dos estrategias de control, el *Holding* o la retención de los vehículos en las estaciones y la variación de las velocidades de los vehículos durante su trayecto entre estaciones. Como referencia se utilizó la información de operación del sistema sin acciones externas. Con la herramienta diseñada y utilizando el modelo de simulación se pueden comparar otras alternativas de control.
- Una primera opción para aumentar las prestaciones del control sería combinar las estrategias (*Holding* y cambio de velocidades) para tener mayor flexibilidad. La deficiencia del holding sería eliminada ya que la variación de velocidades permitiría recuperarse de atrasos, de igual forma la deficiencia de la estrategia de variación de velocidades sería suplida, no solamente se tendría otra opción para retrasar un vehículo adelantado reduciendo su velocidad sino haciéndolo esperar en las estaciones y al conservar la función objetivo del modelo de *Holding* se podría responder mejor a cambios en las demandas de pasajeros durante la operación del sistema.
- Una alternativa integral sería un modelo de control con múltiples estrategias y que considere múltiples objetivos, su parametrización se podría desarrollar con la metodología propuesta en esta investigación a partir de resultados del modelo de simulación.

9 BIBLIOGRAFÍA

- Abdelghany, Khaled, Hani Mahmassani, y Ahmed Abdelghany. 2007. «A Modeling Framework for Bus Rapid Transit Operations Evaluation and Service Planning». *Transportation Planning and Technology* 30 (diciembre): 571-91. <https://doi.org/10.1080/03081060701698219>.
- Bray, Sara, Leonardo Caggiani, y Michele Ottomanelli. 2015. «Measuring Transport Systems Efficiency Under Uncertainty by Fuzzy Sets Theory Based Data Envelopment Analysis: Theoretical and Practical Comparison with Traditional DEA Model». *Transportation Research Procedia*, SIDT Scientific Seminar 2013, 5 (enero): 186-200. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2015.01.005>.
- Carrasco, Nelson. 2012. «Quantifying Reliability of Transit Service in Zurich, Switzerland». *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2274 (diciembre): 114-25. <https://doi.org/10.3141/2274-13>.
- Caulfield, Brian, Diarmuid Bailey, y Shane Mullarkey. 2013. «Using Data Envelopment Analysis as a Public Transport Project Appraisal Tool». *Transport Policy* 29 (septiembre): 74-85. <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2013.04.006>.
- Cook, Wade D., Liang Liang, y Joe Zhu. 2010. «Measuring performance of two-stage network structures by DEA: A review and future perspective». *Omega* 38 (6): 423-30. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.12.001>.
- Daraio, Cinzia, Marco Diana, Flavia Di Costa, Claudio Leporelli, Giorgio Matteucci, y Alberto Nastasi. 2016. «Efficiency and effectiveness in the urban public transport sector: A critical review with directions for future research». *European Journal of Operational Research* 248 (1): 1-20. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.059>.
- Delgado, F., J.C. Munoz, y R. Giesen. 2012. «How Much Can Holding and/or Limiting Boarding Improve Transit Performance?» *Transportation Research Part B: Methodological* 46 (9): 1202-17. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2012.04.005>.
- Despotis, Dimitris K., y Yiannis G. Smirlis. 2002. «Data Envelopment Analysis with Imprecise Data». *European Journal of Operational Research* 140 (1): 24-36. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00200-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00200-4).
- Eboli, Laura, y Gabriella Mazzulla. 2012. «Performance indicators for an objective measure of public transport service quality». *European Transport \ Trasporti Europei*, n.º 51. <https://ideas.repec.org/a/sot/journal/y2012i51p4.html>.
- Galindres, Diego, Jose Soto, y Sandra Estrada. 2017. «ASIGNACIÓN DE FRECUENCIAS ÓPTIMAS, A TRAVÉS DE UN MODELO MULTIOBJETIVO, PARA UN SISTEMA BRT». *Revista EIA* 13 (marzo). <https://doi.org/10.24050/reia.v13i26.743>.
- Georgiadis, Georgios, Ioannis Politis, y Panagiotis Papaioannou. 2014. «Measuring and improving the efficiency and effectiveness of bus public transport systems». *Research in Transportation Economics*, Competition and Ownership in Land Passenger Transport (selected papers from the Thredbo 13 conference), 48 (diciembre): 84-91. <https://doi.org/10.1016/j.retrec.2014.09.035>.
- Hahn, Jin-Seok, Dong-Kyu Kim, Hyoung-Chul Kim, y Chungwon Lee. 2013. «Efficiency Analysis on Bus Companies in Seoul City Using a Network DEA Model». *KSCE Journal of Civil Engineering* 17 (6): 1480-88. <https://doi.org/10.1007/s12205-013-0467-x>.
- Hahn, Jin-Seok, Hye-Ran Kim, y Seung-Young Kho. 2011. «Analysis of the Efficiency of Seoul Arterial Bus Routes and Its Determinant Factors». *KSCE Journal of Civil Engineering* 15 (6): 1115-23. <https://doi.org/10.1007/s12205-011-1273-y>.

- Halkos, George E., Nickolaos G. Tzeremes, y Stavros A. Kourtzidis. 2014. «A Unified Classification of Two-Stage DEA Models». *Surveys in Operations Research and Management Science* 19 (1): 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.sorms.2013.10.001>.
- Halkos, George, y Kleoniki Natalia Petrou. 2019. «Treating Undesirable Outputs in DEA: A Critical Review». *Economic Analysis and Policy* 62 (junio): 97-104. <https://doi.org/10.1016/j.eap.2019.01.005>.
- Higashimoto, Yasushi, Hiroshi Takada, y Kunihiro Kishi. 2013. «Evaluation of bus route efficiency by network DEA including social priority». *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies* 10: 1323-33. <https://doi.org/10.11175/easts.10.1323>.
- Jiménez, Marvin Luis, y José A. Soto. 2016. «Utilización de tarjetas inteligentes para estimar matrices origen-destino. Aplicación al sistema Megabús, Pereira». *Ciencia e Ingeniería Neogranadina* 26 (2): 73-93. <https://doi.org/10.18359/rcin.1661>.
- Kao, Chiang. 2014. «Network data envelopment analysis: A review». *European Journal of Operational Research* 239 (1): 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.02.039>.
- Karlaftis, Matthew G., John M. Gleason, y Darold T. Barnum. 2013. «Bibliography of Urban Transit Data Envelopment Analysis (DEA) Publications». SSRN Scholarly Paper ID 1350583. Rochester, NY: Social Science Research Network. <http://papers.ssrn.com/abstract=1350583>.
- Khalili-Damghani, Kaveh, y Zohreh Shahmir. 2015. «Uncertain Network Data Envelopment Analysis with Undesirable Outputs to Evaluate the Efficiency of Electricity Power Production and Distribution Processes». *Computers & Industrial Engineering* 88 (octubre): 131-50. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.06.013>.
- Lao, Yong, y Lin Liu. 2009. «Performance Evaluation of Bus Lines with Data Envelopment Analysis and Geographic Information Systems». *Computers, Environment and Urban Systems* 33 (4): 247-55. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2009.01.005>.
- Li, Jiabin, Xumei Chen, Xin Li, y Xiucheng Guo. 2013. «Evaluation of Public Transportation Operation based on Data Envelopment Analysis». *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Intelligent and Integrated Sustainable Multimodal Transportation Systems Proceedings from the 13th COTA International Conference of Transportation Professionals (CICTP2013), 96 (noviembre): 148-55. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.08.020>.
- Maghbouli, Mahnaz, Alireza Amirteimoori, y Sohrab Kordrostami. 2014. «Two-stage network structures with undesirable outputs: A DEA based approach». *Measurement* 48 (febrero): 109-18. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2013.10.032>.
- Mason, Andrew J. 2012. «OpenSolver - An Open Source Add-in to Solve Linear and Integer Programmes in Excel». En *Operations Research Proceedings 2011*, editado por Diethard Klatte, Hans-Jakob Lüthi, y Karl Schmedders, 401-6. Operations Research Proceedings. Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-29210-1_64.
- Muñoz, Juan Carlos, Marco Batarce, y Ignacia Torres. 2013. «Comparación del nivel de servicio del transporte público de seis ciudades latinoamericanas». *Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte* 0 (16). <http://congresotransporte.uchile.cl/index.php/CIT/article/view/28452>.
- Olfat, Laya, Maghsoud Amiri, Jahanyar Bamdad Soufi, y Mahsa Pishdar. 2016. «A Dynamic Network Efficiency Measurement of Airports Performance Considering Sustainable Development Concept: A Fuzzy Dynamic Network-DEA Approach». *Journal of Air Transport Management* 57 (octubre): 272-90. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2016.08.007>.
- Omrani, Hashem, y Elham Soltanzadeh. 2016. «Dynamic DEA Models with Network Structure: An Application for Iranian Airlines». *Journal of Air Transport Management* 57 (octubre): 52-61. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2016.07.014>.

- Pérez, Jiménez, y Édgar Ramiro. 2008. «Análisis multitemporal 2004-2007 de la operación de tres rutas de transporte público colectivo urbano de Ibagué». Universidad Nacional de Colombia.
<http://oatd.org/oatd/record?record=oai%5C%3Awww.bdigital.unal.edu.co%5C%3A1976>.
- Puri, Jolly, y Shiv Prasad Yadav. 2014. «A Fuzzy DEA Model with Undesirable Fuzzy Outputs and Its Application to the Banking Sector in India». *Expert Systems with Applications* 41 (14): 6419-32. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2014.04.013>.
- Ramirez, Alejandro, Jose Soto, y Alvaro Orozco. 2015. «Bus rapid transit control system using restrictive holding and operating tables». En , 141-48.
<https://doi.org/10.1109/Chilecon.2015.7400366>.
- Sarkhosh-Sara, Ali, Mohammad Tavassoli, y Almas Heshmati. 2019. «Assessing the Sustainability of High-, Middle-, and Low-Income Countries: A Network DEA Model in the Presence of Both Zero Data and Undesirable Outputs». *Sustainable Production and Consumption*, septiembre. <https://doi.org/10.1016/j.spc.2019.08.009>.
- Sheth, Chintan, Konstantinos Triantis, y Dušan Teodorović. 2007. «Performance evaluation of bus routes: A provider and passenger perspective». *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 43 (4): 453-78. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2005.09.010>.
- Yu, Ming-Miin, Li-Hsueh Chen, y Bo Hsiao. 2016. «Dynamic Performance Assessment of Bus Transit with the Multi-Activity Network Structure». *Omega, Network-DEA in the Service Sector*, 60 (abril): 15-25. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.06.003>.
- Yu, Ming-Miin, y Chih-Ku Fan. 2009. «Measuring the performance of multimode bus transit: A mixed structure network DEA model». *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 45 (3): 501-15. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2008.10.001>.
- Zhao, Y., K. Triantis, P. Murray-Tuite, y P. Edara. 2011. «Performance Measurement of a Transportation Network with a Downtown Space Reservation System: A Network-DEA Approach». *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 47 (6): 1140-59. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2011.02.008>.